МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ПРАКТИКУМ З ТЕПЛОМАСООБМІНУ. СТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ БЕЗ ВНУТРІШНІХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛОТИ

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 144 «Теплоенергетика»

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2021

Практикум з тепломасообміну. Стаціонарна теплопровідність без внутрішніх джерел теплоти [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студентів спеціальності 144 «Теплоенергетика», освітнього ступеня «бакалавр». / Укладач: І.Е. Фуртат, Н.О. Притула; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,8 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 53 с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 25.02.2021 р.)
за поданням Вченої ради Теплоенергетичного факультету
(протокол №9 від 24.02.2021 р.)

Електронне мережне навчальне видання

ПРАКТИКУМ З ТЕПЛОМАСООБМІНУ.
СТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ БЕЗ ВНУТРІШНІХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛОТИ

Укладач: *Фуртат Ірина Едуардівна, к. т. н., доцент*
Притула Наталя Олександрівна, к. т. н., доцент

Відповідальний редактор: *Безродний М.К., д. т. н., проф.*
Рецензент: *Дешко В.І., д. т. н., проф.*

Посібник призначений для студентів, які навчаються за спеціальністю 144 «Теплоенергетика», освітнього ступеня «бакалавр», які вивчають дисципліну «Тепломасообмін».

Метою посібника є закріплення знань, отриманих у процесі вивчення курсу, отримання практичного досвіду в результаті виконання практичних задач з теми стаціонарна теплопровідність в тілах найпростішої форми без внутрішніх джерел теплоти.

ЗМІСТ

ВСТУП

Теплопровідністю називають процес перенесення теплоти в суцільному середовищі з неоднорідним розподілом температури при безпосередньому зіткненні елементарних частинок речовини в процесі їх теплового руху. Теплопровідність в чистому вигляді переважно має місце лише в твердих тілах.

В загальному випадку процес перенесення теплоти теплопровідністю в твердому тілі супроводжується зміною його температурного поля як у просторі, так і у часі. Поле температур носить назву нестаціонарного, якщо воно залежить від часу ($\partial t / \partial \tau \neq 0$), та стаціонарного, якщо воно не залежить від часу ($\partial t / \partial \tau = 0$).

Нижче розглядаються стаціонарні процеси теплопровідності в тілах найпростішої форми з одновимірним температурним полем за відсутності внутрішніх джерел теплоти $q_v = 0$, що відповідає розділу 3 робочої навчальної програми дисципліни «Тепломасообмін» напряму бакалаврської підготовки за спеціальністю 144 «Теплоенергетика», освітньо-професійної програми «Промислова та муніципальна теплоенергетика і енергозбереження»

Цей задачник містить тематично розміщені приклади й задачі, що відносяться до стаціонарної теплопровідності в плоскій, циліндричній і кульовій стінках.

Розподіл задач по розділах виконано у порядку зростаючої складності, їх кількість і зміст визначено на основі досвіду викладання курсу тепломасообміну на кафедрі теоретичної та промислової теплотехніки «КПІ ім. Ігоря Сікорського». Деякі задачі мають аналогії в раніше виданих задачниках по теплопередачі.

1. Основні поняття теорії тепломасообміну

1.1 Предмет і метод тепломасообміну

Тепломасообмін (ТМО) – це наука, яка вивчає процеси перенесення теплоти і маси речовини в різних середовищах. Технічна термодинаміка (**ТТД)** та **ТМО** – це дві надзвичайно важливі науки, які є складовими теоретичних основ теплотехніки (**ТОТ**), які є фундаментом спеціальної теоретичної підготовки інженера – теплоенергетика.

ТМО, як і ТТД використовують феноменологічний метод дослідження, назва якого походить від грецького слова fenomenus (явище). Суть феноменологічного методу полягає в тому, що різні тіла розглядають як суцільне безперервне середовище, в зв'язку з цим не розглядається мікроструктура тіла та мікростатичний механізм процесу. Для врахування фізичних властивостей тіл та особливостей процесів теплообміну в них використовують різні теплофізичні параметри (густина, коефіцієнт теплопровідності, в'язкість), значення яких визначається переважно дослідним шляхом [1, 2].

Основною задачею курсу є вивчення фізичної суті процесів, а також одержання на цій основі різного роду залежності між величинами, що характеризують даний процес, які можуть бути застосовані в практиці інженерних розрахунків. Переважна частина курсу буде присвячена вивченню процесу теплообміну. У відповідності з другим законом ТТД теплообмін – це самочинний необоротний процес перенесення енергії у формі теплоти у середовищі, обумовлений неоднорідністю температурного поля. Перенесення теплоти в тілі можливе при наявності різниці температур. Перенос теплоти завжди здійснюється у напрямку спадання температури тіла.

В залежності від фізичної природи процесів теплообміну виділяють 3 основні способи перенесення теплоти. Елементарні способи перенесення теплоти:

1) Теплопровідність (кондукція);
2) Конвекція теплоти;
3) Теплове випромінювання.

Теплопровідність – процес перенесення теплоти в суцільному середовищі з неоднорідним розподілом температури при безпосередньому зіткненні елементарних частинок речовини в процесі їх теплового руху. Процес теплопровідності в чистому вигляді реалізується переважно тільки в твердих тілах.

Краплинні рідини і гази, як суцільні плинні середовища, об'єднують загальною назвою рідина. Тільки в таких середовищах є можливим перенесення теплоти **конвекцією**, тобто внаслідок переміщення макроскопічних об'ємів рідини з області з однією температурою в область з іншою. Перенесення теплоти конвекцією завжди супроводжується теплопровідністю внаслідок дотику частинок рідини з різними температурами. Спільний процес перенесення теплоти конвекцією і теплопровідністю в рідині називається **конвективним теплообміном**.

Теплове випромінювання – процес перенесення теплоти за допомогою електромагнітних хвиль, обумовлених тільки температурою і фізичними властивостями випромінювального тіла.

Названі вище способи перенесення теплоти дуже рідко зустрічаються в ізольованому вигляді. Частіше один процес супроводжується іншим і таким чином має місце складний теплообмін.

Складний процес теплообміну – це певна сукупність, якихось елементарних процесів перенесення теплоти. Приклади складних процесів теплообмінну, які мають місце в різних теплотехнічних пристроях: *тепловіддача і теплопередача.*

Тепловіддача – це процес конвективного теплообміну між поверхнею твердого тіла і оточуючою рідиною або навпаки. Наприклад, процес між поверхнею опалювального приладу і повітрям.

Теплопередача – це процес перенесення теплоти від гарячої рідини до холодної рідини через розмежовуючу поверхню твердого тіла. Приклад, це той же опалювальний прилад, коли розглядається перенесення теплоти між водою, яка циркулює у приладі, і повітрям.

Якщо процес теплообміну супроводжується масообміном, тоді має місце складний процес, який називають тепломасообміном.

Для розв'язку задач з ТМО можуть бути використані такі основні методи:

1) Аналітичний метод;

2) Чисельний метод;

3) Метод аналогій;

4) Емпіричний (експериментальний) метод.

Суть цих методів та їх застосування будуть розглянуті по мірі розгляду курсу.

1.2 Кількісні характеристики в процесі перенесення теплоти

Розглянемо такі кількісні характеристики процесів перенесення теплоти:

$\tilde{Q}$ – кількість теплоти, $Дж$;

Q – тепловий потік, $Дж/с = Вт$;

q – поверхнева густина теплового потоку, $Вт/м^2$;

q_l – лінійна густина теплового потоку, $Вт/м$;

q_v – потужність внутрішніх джерел теплоти, $Вт/м^3$;

α – коефіцієнт тепловіддачі, $Вт/м^2 \cdot К$;

k – коефіцієнт теплопередачі, $Вт/м^2 \cdot К$.

Кількість теплоти характеризує енергію, яка переноситься в процесі теплообміну через довільну поверхню протягом довільного проміжку часу τ. $\left[\tilde{Q}\right] = Дж$.

Тепловий потік – кількість теплоти, яка передається через довільну поверхню за одиницю часу. $\left[Q\right] = Дж/с = Вт$.

$$Q = \frac{d\tilde{Q}}{d\tau}, \tag{1.1}$$

$d\tilde{Q}$ – кількість теплоти, яка проходить за проміжок часу $d\tau$.

У випадку коли тепловий потік не змінюється в часі замість загального співвідношення (1.1) можна використати таку формулу:

$$Q = \frac{\tilde{Q}}{\Delta\tau}. \tag{1.2}$$

Поверхнева густина теплового потоку – тепловий потік розрахований на одиницю площі поверхні теплообміну. $\left[q\right] = Вт/м^2$.

$$q = \frac{dQ}{dF} = \frac{d^2\tilde{Q}}{dFd\tau}, \tag{1.3}$$

де dF – елементарна площадка на даній поверхні через яку переноситься теплота.

У випадку коли поверхнева густина теплового потоку не змінюється у часі і по поверхні:

$$q = \frac{Q}{F} = \frac{\tilde{Q}}{F\tau}. \tag{1.4}$$

Лінійна густина теплового потоку – тепловий потік, який передається через одиницю довжини L циліндричної труби. $\left[q_l\right] = Вт/м$.

$$q_l = \frac{Q}{L}, \tag{1.5}$$

де L – довжина труби, м.

У загальному випадку

$$q_l = qF_l, \tag{1.6}$$

де $F_l = \pi d$, $\left[м^2 / м \right]$ – площа відповідної циліндричної поверхні (внутрішнім діаметром $d = d_1$ або зовнішнім діаметром $d = d_2$) завдовжки один метр; q – густина теплового потоку, віднесена до одиниці площі цієї поверхні.

Процес теплообміну може здійснюватися як за рахунок підводу/підведення теплового потоку через зовнішню поверхню, так і за рахунок дії внутрішніх джерел теплоти.

Процес з наявністю внутрішніх джерел теплоти характеризується тим, що має місце виділення теплоти в об'ємі самого тіла. Наприклад, провід у якому протікає електричний струм, рідина у якій протікає екзотермічна реакція, ТВЕЛ (тепловиділяючий елемент ядерного реактора), нагрівання тіл в полі струмів високої частоти.

Потужність внутрішніх джерел теплоти – кількість теплоти, яка виділяється в одиниці об'єму тіла за одиницю часу. $\left[q_v \right] = Вт / м^3$.

$$q_v = \frac{d^2 \tilde{Q}}{dV d\tau}, \tag{1.7}$$

де dV – елементарний об'єм, м^3.

У випадку коли внутрішні джерела теплоти рівномірно розподілені по об'єму і при цьому їх потужність не зміниться у часі, справедлива формула:

$$q_v = \frac{\tilde{Q}}{V \Delta \tau} = \frac{Q}{V}. \tag{1.8}$$

Розглянемо процес тепловіддачі між поверхнею твердого тіла і оточуючою рідиною, коли температура поверхні тіла (температура стінки) перевищує температуру оточуючої рідини.

Рис. 1.1 представляє схему тепловіддачі, коли $t_c > t_p$: t_c – температура на поверхні тіла (температура стінки), °С; t_p – температура оточуючої рідини, °С.

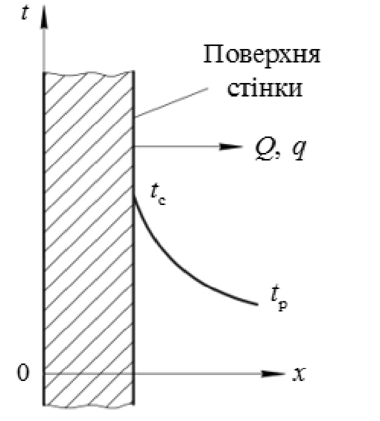

Рисунок 1.1 – Схема процесу тепловіддачі

Перенесення теплоти для процесу тепловіддачі визначається законом тепловіддачі Ньютона.

Формулювання:

Кількість теплоти $d^2\tilde{Q}$, яка передається тепловіддачею через елементарну площадку dF на поверхні тіла за проміжок часу $d\tau$ прямопропорційна величині температурного напору.

$$d^2\tilde{Q} = \alpha \Delta t dF d\tau, \qquad (1.9)$$

де α – деякий коефіцієнт пропорційності, який називається коефіцієнт тепловіддачі, $[\alpha] = \frac{Вт}{м^2 {}^\circ C}$. Δt – температурний напір, який визначається в залежності від співвідношення між температурами поверхні стінки t_c і рідини t_p:

за умови $t_c > t_p$, $\Delta t = t_c - t_p$,

за умови $t_p > t_c$, $\Delta t = t_p - t_c$.

Коефіцієнт тепловіддачі показує, яка кількість теплоти передається шляхом тепловіддачі через одиницю площі поверхні тіла за одиницю часу при одиничному значенні величини температурного напору $\Delta t = t_c - t_p$ (або $\Delta t = t_p - t_c$). Коефіцієнт тепловіддачі α – є характеристикою інтенсивності процесу тепловіддачі, причому чим більше α тим інтенсивніше протікає процес тепловіддачі.

Поділимо (1.9) на $dFd\tau$ і запишемо рівняння тепловіддачі для густини теплового потоку

$$q = \alpha \Delta t. \qquad (1.10)$$

Якщо q не змінюється у часі і по поверхні, то тепловий потік

$$\left.\begin{array}{ll} Q = \alpha F(t_c - t_p), & t_c > t_p \\ Q = \alpha F(t_p - t_c), & t_c < t_p \end{array}\right\}. \qquad (1.11)$$

Теплообмін між двома рідинами через тверду поверхню (стінку), що їх відокремлює, називають **теплопередачею.**

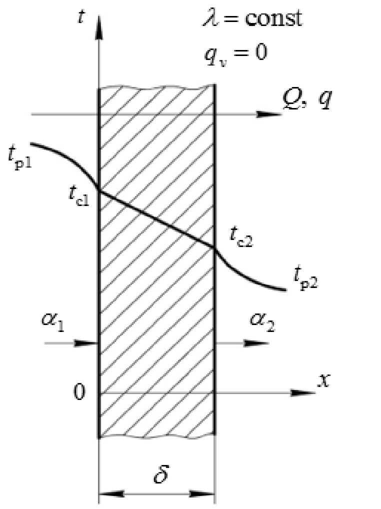

Рисунок 1.2 – Схема процесу теплопередачі

На рис. 1.2 показано схему процесу теплопередачі через плоску стінку товщиною δ, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = \text{const}$. Внутрішні джерела теплоти в стінці відсутні $q_v = 0$. З однієї сторони стінка омивається гарячою рідиною при температурі $t_{р1}$, а з іншої сторони – холодною рідиною, температура якої $t_{р2}$. Задано коефіцієнти тепловіддачі від гарячої рідини до стінки α_1 і від стінки до холодної рідини α_2.

Процес теплопередачі представляє собою сукупність таких трьох паралельно протікаючих процесів:

- тепловіддача від гарячої рідини до стінки;
- процес теплопровідності в стінці;
- тепловіддача від стінки до холодної рідини.

По аналогії з тепловіддачею можна сформулювати закон для процесу теплопередачі.

Формулювання:

Кількість теплоти $d^2\tilde{Q}$, яка передається від гарячої рідини до холодної через елементарну площадку dF на якій небудь розмежовуючій поверхні за проміжок часу $d\tau$ прямопропорційна температурному напору між гарячою і холодною рідиною, що дорівнює $\Delta t = t_{p1} - t_{p2}$.

Цьому формулюванню відповідає такий запис рівняння теплопередачі:

$$d^2\tilde{Q} = k(t_{p1} - t_{p2})dFd\tau, \tag{1.12}$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який називається коефіцієнт теплопередачі, $[k] = \dfrac{Bm}{м^2 \cdot {}^\circ C}$.

Коефіцієнт теплопередачі показує, яка кількість теплоти передається від гарячої до холодної рідини через одиницю площі розділяючої поверхні тіла за одиницю часу при одиничному значенні величини температурного напору між гарячою і холодною рідиною. Коефіцієнт теплопередачі k – є характеристикою інтенсивності процесу теплопередачі, причому чим більше k тим інтенсивніше протікає процес теплопередачі.

Поділимо (1.12) на $dFd\tau$ і запишемо рівняння теплопередачі для густини теплового потоку

$$q = k(t_{p1} - t_{p2}). \tag{1.13}$$

Якщо q не змінюється у часі і по поверхні, то тепловий потік

$$Q = kF(t_{p1} - t_{p2}). \tag{1.14}$$

Зазначимо, що не існує проблеми вибору поверхні F у випадку плоскої стінки, оскільки у напрямку розповсюдження теплового потоку F не змінюється, то для циліндричної стінки треба врахувати, що внутрішня поверхня має площу F_1, а зовнішня – F_2, $F_1 < F_2$.

У цьому випадку замість (1.14) для циліндричної стінки процес теплопередачі можна представити такими двома рівноважними записами:

$$\left.\begin{aligned} Q &= k_1F_1(t_{p1} - t_{p2}) \\ Q &= k_2F_2(t_{p1} - t_{p2}) \end{aligned}\right\}, \tag{1.15}$$

де k_1 і k_2 – коефіцієнти теплопередачі, які розраховуються на одиницю площі відповідно внутрішньої і зовнішньої поверхонь стінки.

Якщо рідина проходячи через теплообмінний пристрій, то сприйнятий нею тепловий потік:

$$Q = m(h_p^{"} - h_p^{'}) , \quad (1.16)$$

де m – масова витрата рідини, $кг/с$; $h_p^{'}$, $h_p^{"}$ – ентальпія на вході та виході з теплообмінного апарату, $Дж/кг$.

Якщо при проходженні рідини через теплообмінник не змінюється її агрегатний стан, то можна записати:

$$Q = mc_{pm}(t_p'' - t_p') , \quad (1.17)$$

де c_{pm} – середня питома масова теплоємність рідини за сталого тиску, $Дж/(кг°С)$; $t_p^{'}$, $t_p^{"}$ – температура середовища на вході та виході з теплообмінного апарату, °С.

У випадку охолодження теплоносія у теплообмінному апараті також справедливі співвідношення (1.16) та (1.17) за умови, що величини в дужках треба змінити місцями.

Масова витрата рідини може бути знайдена за співвідношенням:

$$m = \rho w f , \quad (1.18)$$

де ρ – густина рідини, $кг/м^3$; w – середня швидкість руху по перерізу каналу, $м/с$; f – площа поперечного перерізу каналу, $м^2$.

1.3 Задачі і приклади

1.1. Визначити тепловий потік, а також густину теплового потоку на поверхні стінки площею $F = 8$ м^2, від якої за проміжок часу $\tau = 40$ хв. відводиться кількість теплоти $Q_\tau = 9,6$ МДж. Режим теплообміну є стаціонарним з рівномірним тепловідводом по поверхні стінки.

Відповідь $Q = 4000$ МДж; $q = 500$ Вт/м^2.

1.2. За умов попередньої задачі визначити кількість теплоти, відведеної від стінки протягом 1,5 год, якщо густина теплового потоку на її поверхні $q = 400$ Вт/м^2.

Відповідь $Q_\tau = 17,28$ МДж.

1.3. Пластина товщиною $2\delta = 5$ мм (рис. 1.3), в якій діють рівномірно розподілені по об’єму внутрішні джерела теплоти потужністю $q_v = 2,5 \cdot 10^7$ Вт/м^3, рівномірно охолоджується з обох сторін. Визначити густину теплового потоку на зовнішніх поверхнях пластини.

Розв'язання. Враховуючи, що пластина охолоджується з обох сторін, тепловий потік через кожну її зовнішню поверхню

$$Q = \frac{q_v V}{2}, \qquad \text{(а)}$$

де V - об'єм пластини.

Якщо F є площа поверхні пластини з однієї сторони, то її об'єм

$$V = 2\delta F, \qquad \text{(б)}$$

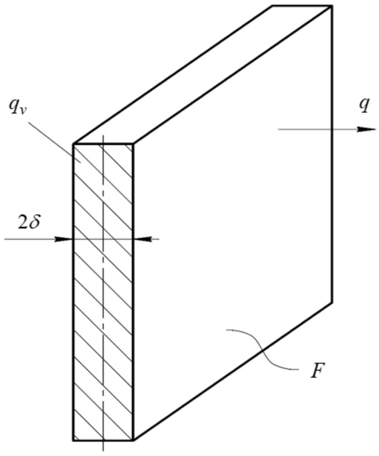

Рисунок 1.3 до задачі 1.3

а густина теплового потоку на зовнішніх поверхнях пластини

$$q = \frac{Q}{F}. \qquad \text{(в)}$$

Підставивши значення об'єму V в формулу (а) маємо, що

$$Q = q_v \delta F .$$

Тоді після підстановки останнього співвідношення в формулу (в) знайдемо густину теплового потоку

$$q = q_v \cdot \delta = 2{,}5 \cdot 10^7 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 6{,}25 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2 .$$

1.4. За умов попередньої задачі знайти закон зміни густини теплового потоку q_x в тілі пластини у напрямку координати x, відлік якої починається від осі пластини по нормалі до її поверхні (рис. 1.4).

Відповідь $q_x = q_v \cdot x$.

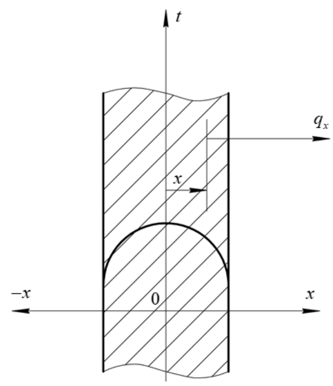

Рисунок 1.4 до задачі 1.4

1.5. Визначити потужність внутрішніх джерел теплоти в мідній шині круглого поперечного перерізу діаметром $2r_0 = 20$ мм і довжиною $L = 1{,}2$ м, по якій протікає струм $I = 600$ А. Питомий електричний опір міді $\rho = 0{,}021$ Ом$\cdot$мм^2/м. Чому дорівнює густина теплового потоку на поверхні шини?

Відповідь $q_v = 7{,}67 \cdot 10^4$ Вт/м^3; $q = 383{,}5$ Вт/м^2.

1.6. В циліндричному стержні діють рівномірно розподілені по об'єму внутрішні джерела теплоти потужністю q_v. Знайти закон, по якому змінюється густина теплового потоку в тілі стержня q_r в залежності від поточного радіуса r.

Відповідь $q_r = q_v \cdot \dfrac{r}{2}$.

1.7. В циліндричній стінці внутрішнім радіусом $r_1 = 8$ мм і зовнішнім радіусом $r_2 = 13$ *мм* діють рівномірно розподілені по об'єму внутрішні джерела теплоти потужністю $q_v = 2 \cdot 10^4$ Вт/м^3. В зв'язку з тим, що охолодження стінки здійснюється з обох її поверхонь, в тілі стінки існує максимум температури (рис. 1.5), якому відповідає радіус $r_{макс} = 10{,}3$ мм. Визначити поверхневу і лінійну густину теплового потоку на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки.

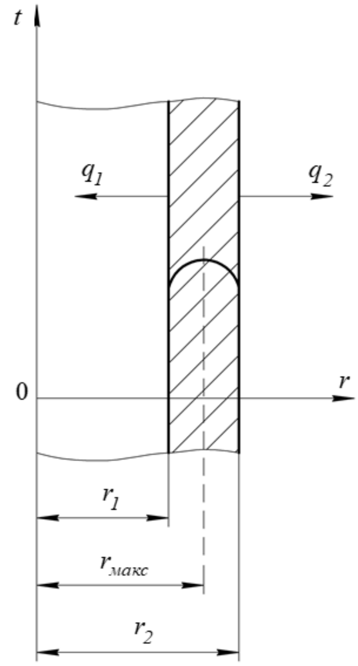

Рисунок 1.5 до задачі 1.7

Дано:	***Рішення:***
$r_1 = 8$ мм	Густина теплового потоку на внутрішній і зовнішній поверхні стінки відповідно дорівнюють
$r_2 = 13$ мм	$q_1 = \dfrac{Q_1}{F_1}$ *і* $q_2 = \dfrac{Q_2}{F_2}$, де $F_1,\ F_2$ – площі внутрішньої та зовнішньої поверхні стінки.
$q_v = 2 \cdot 10^4$ Вт/м	$F_1 = 2\pi r_1 L$ *і* $F_2 = 2\pi r_2 L$
$r_{\max} = 10{,}3$ мм	Теплові потоки $Q_1,\ Q_2$ обчислимо з врахуванням, що в циліндричній стінці діють рівномірно розподілені по об'єму внутрішні джерела теплоти потужністю q_v
Знайти:	$Q_1 = q_v V_1$ та $Q_2 = q_v V_2$, де
$q_1 - ?$,	$V_1 = (r_{\max}^2 \pi L) - (r_1^2 \pi L) = \pi L (r_{\max}^2 - r_1^2)$
$q_2 - ?$,	
$q_{l1} - ?$,	
$q_{l2} - ?$.	

$V_2 = (r_{\max}^2 \pi L) - (r_2^2 \pi L) = \pi L (r_{\max}^2 - r_2^2)$

Густина теплового потоку

$$q_1 = \frac{Q_1}{F_1} = \frac{q_v V_1}{2\pi r_1 L} = \frac{q_v (r_{\max}^2 - r_1^2)}{2 r_1} = \frac{2 \cdot 10^8 (10,3^2 - 8^2) \cdot 10^{-6}}{2,8 \cdot 10^{-3}} = 5,26 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$$

$$q_2 = \frac{Q_2}{F_2} = \frac{q_v V_2}{2\pi r_2 L} = \frac{q_v (r_{\max}^2 - r_2^2)}{2 r_2} = \frac{2 \cdot 10^8 (13^2 - 10,3^2) \cdot 10^{-6}}{2,13 \cdot 10^{-3}} = 4,84 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$$

Лінійна густина теплового потоку

$$q_{l1} = q_1 F_{1l} = q_1 2\pi r_1 = 5,26 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi = 2,64 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}$$

$$q_{l2} = q_2 F_{2l} = q_2 2\pi r_2 = 4,84 \cdot 10^5 \cdot 13 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi = 3,95 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}$$

Відповідь $q_1 = 5,26 \cdot 10^5$ Вт/м^2; $q_2 = 4,84 \cdot 10^5$ Вт/м^2; $q_{l1} = 2,64 \cdot 10^4$ Вт/м; $q_{l2} = 3,95 \cdot 10^4$ Вт/м.

1.8. Температура повітря всередині приміщення $t_{p1} = 20$ °C, а температура зовнішнього повітря $t_{p2} = -15$ °C. Визначити втрати теплоти через стінку цього приміщення, розміри якої 3×4 м, якщо коефіцієнт теплопередачі $k = 1,4$ Вт/(м^2 · °C). Чому дорівнює густина теплового потоку на поверхнях стіни?

Відповідь $Q = 588$ Вт; $q = 49$ Вт/м^2.

1.9. На одній із поверхонь плоскої металевої стінки конденсується суха насичена водяна пара за тиску $p = 2,7 \cdot 10^5$ Па. Масова витрата пари, що конденсується на стінці, дорівнює $m_1 = 12,7 \cdot 10^{-3}$ кг/с. Протилежна поверхня стінки омивається потоком води, середня температура якої $t_{p2} = 40$ °C. Площа поверхні стінки $F = 0,16$ м^2. Визначити коефіцієнт теплопередачі від пари до потоку води.

Відповідь $k = 1917$ Вт/(м^2 · °C).

1.10. За умов попередньої задачі визначити коефіцієнти тепловіддачі від пари до стінки α_1, а також від стінки до потоку води α_2, якщо температури відповідних поверхонь стінки дорівнюють $t_{c1} = 110$ °C і $t_{c2} = 106$ °C.

Відповідь $\alpha_1 = 8625$ Вт/(м^2 · °C); $\alpha_2 = 2614$ Вт/(м^2 · °C).

1.11. За рахунок відведення теплоти від димових газів, що мають середню температуру $t_{p1} = 520$ °C, на протилежній поверхні плоскої сталевої стінки площею $F = 0,25$ м^2 протікає процес кипіння води з утворенням насиченої пари при тиску $p = 1,43 \cdot 10^5$ Па. Коефіцієнти тепловіддачі від димових газів до стінки і від стінки до киплячої води дорівнюють відповідно:

$\alpha_1 = 125$ Вт/(м$^2 \cdot$°С), $\alpha_2 = 6500$ Вт/(м$^2 \cdot$°С). Визначити температуру поверхонь стінки, а також масову витрату пари для процесу випаровування води, якщо густина теплового потоку, який передається через стінку, $q = 5 \cdot 10^4$ Вт/м^2.

Відповідь $t_{c1} = 120$ °С; $t_{c2} = 117,7$ °С; $m_2 = 5,61 \cdot 10^{-3}$ кг/с.

1.12. На зовнішній поверхні трубки діаметром $d_2 / d_1 = 16/14$ мм і довжиною $L = 1,5$ м конденсується суха насичена водяна пара. Всередині трубки протікає охолоджуюча вода, яка нагрівається при цьому від температури $t'_p = 30$ °С до температури $t''_p = 84,2$ °С. Масова витрата води $m = 0,076$ кг/с. Визначити густину теплового потоку q_1 і q_2 відповідно на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки, а також середню швидкість течії води. Необхідні теплофізичні властивості води знайти за її середньоарифметичною температурою із значень температур t'_p і t''_p.

Відповідь $q_1 = 2,62 \cdot 10^5$ Вт/м^2; $q_2 = 2,29 \cdot 10^5$ Вт/м^2; $W = 0,503$ м/с.

1.13. Всередині горизонтальних трубок діаметром $d_2 / d_1 = 33/30$ мм і довжиною 3 м (загальна кількість трубок $n = 10$) конденсується суха насичена водяна пара тиском $p = 1,43 \cdot 10^5$ Па. Зовнішня поверхня трубного пучка охолоджується рідиною при середній температурі 50 °С і коефіцієнті тепловіддачі 312,5 Вт/(м$^2 \cdot$°С). Визначити витрату сконденсованої пари, якщо температура зовнішньої поверхні трубок дорівнює 106 °С.

Відповідь $m_1 = 0,024$ кг/с.

1.14. Трубка діаметром $d_2 / d_1 = 15/12$ мм, по якій рухається вода із швидкістю $W = 0,8$ м/с, зовні омивається потоком трансформаторного масла при середній температурі $t_{p1} = 120$ °С. Температура води на вході в трубку $t'_{p2} = 25$ °С. Якою повинна бути довжина трубки за умови нагріву води до температури $t''_{p2} = 35$ °С, якщо коефіцієнт теплопередачі від потоку трансформаторного масла до води, розрахований на одиницю площі зовнішньої поверхні трубки дорівнює 737 Вт/(м$^2 \cdot$°С)?

Відповідь $L = 1,2$ м.

1.15. За вихідними даними попередньої задачі визначити коефіцієнт теплопередачі, розрахований на одиницю площі внутрішньої поверхні трубки.

Відповідь $k_1 = 924,3$ Вт/(м$^2 \cdot$°С).

2. Основні положення теплопровідності

2.1 Закон теплопровідності Фур'є

В основі розрахунку процесу теплопровідності лежить закон Фур'є, який спочатку був наведений у вигляді гіпотези, а згодом підтверджений експериментально. Розглянемо ізотермічну поверхню, на якій біля точки 0 виділимо площадку dF (рис. 2.1).

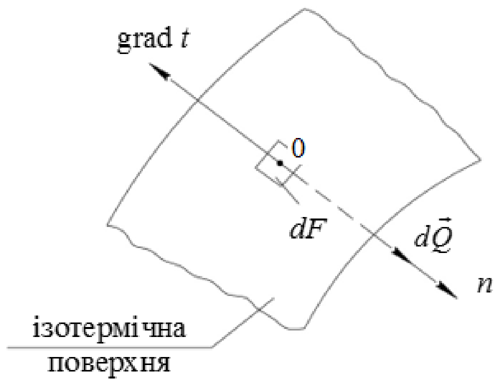

Рисунок 2.1 Ізотермічна поверхня

Нехай n є нормаль до ізотермічної поверхні, яка направлена в сторону зменшення температури. У відповідності з II законом термодинаміки таким же буде і напрям вектору теплового потоку $d\vec{Q}$. Уздовж нормалі, але у напрямку зростання температури, направлений вектор температурного градієнта $\mathrm{grad}\, t$.

Відповідно до закону Фур'є кількість теплоти $d^2\tilde{Q}$, яка передається шляхом теплопровідності через елементарну площадку dF, розташовану на ізотермічній поверхні, за проміжок часу $d\tau$ прямо пропорційна температурному градієнту.

Цьому формулюванню відповідає такий векторний запис закону Фур'є:

$$\overrightarrow{d^2\vec{Q}} = -\lambda\, \mathrm{grad}\, t\, dF\, d\tau\,, \tag{2.1}$$

де λ – коефіцієнт пропорційності, який називається коефіцієнт теплопровідності, $[\lambda] = \dfrac{Вт}{м \cdot {}^\circ C}$. Доведено експериментально, є фізичний параметр тіла.

Після ділення виразу (2.1) на $dF\, d\tau$ отримаємо векторний запис закону Фур'є для густини теплового потоку

$$\vec{q} = -\lambda\, \mathrm{grad}\, t\,, \tag{2.2}$$

де $\vec{q}$ – вектор густини теплового потоку.

Наявність знаку «мінус» в правих частинах рівнянь (2.1) і (2.2) враховує те, що вектори $\vec{q}$ і $\mathrm{grad}\, t$ лежать на одній прямій, але направлені в протилежні сторони.

Рівнянням (2–1) і (2–2) відповідає такий алгебраїчний запис закону Фур'є:

$$d^2\tilde{Q} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF\, d\tau\,; \tag{2.3}$$

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}. \tag{2.4}$$

2.2 Коефіцієнт теплопровідності

Коефіцієнт пропорційності λ в рівняннях (2.1), (2.2), (2.3) і (2.4) називають коефіцієнтом теплопровідності. Його фізичний зміст легко з'ясувати, представивши рівняння (2.3) у вигляді:

$$\lambda = \left| \frac{d^2\tilde{Q}}{\frac{\partial t}{\partial n} dF \, d\tau} \right|. \tag{2.5}$$

З останнього співвідношення виходить, що коефіцієнт теплопровідності кількісно дорівнює кількості теплоти, яка проходить за одиницю часу через одиницю площі ізотермічної поверхні при одиничному значенні температурного градієнта. Коефіцієнт теплопровідності вимірюється в $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$.

Різні тіла мають такий порядок коефіцієнта теплопровідності [2, 3]:

– гази $\lambda = 0{,}006 \div 0{,}6$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$;

– скраплені рідини $\lambda = 0{,}07 \div 0{,}7$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$;

– будівельні і теплоізоляційні матеріали $\lambda = 0{,}02 \div 3$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$.

Найбільшу теплопровідність мають метали, серед яких лідер

– срібло $\lambda = 418$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$;

– червона мідь $\lambda = 396$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$;

– алюміній $\lambda = 210$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$;

– вуглецева сталь $\lambda = 50$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$;

– нержавіюча сталь $\lambda = 12 \div 15$ $\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$.

Досліди показують, що коефіцієнт теплопровідності може залежати від температури. В інженерній практиці ця залежність враховується лінійною формулою

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bt), \tag{2.6}$$

де λ_0 – коефіцієнт теплопровідності при $t = 0^\circ C$; b – емпіричний коефіцієнт.

Якщо відоме значення коефіцієнта теплопровідності, то виходячи з (2.3) можемо визначити перенесення теплоти через будь-яку поверхню:

$$\tilde{Q} = -\int_0^\tau \int_F \lambda \frac{dt}{dn} dF d\tau \cdot \tag{2.7}$$

3. Стаціонарна теплопровідність в тілах найпростішої форми

3.1 Теплопровідність в плоскій стінці при граничних умовах I–го роду за відсутності внутрішніх джерел теплоти

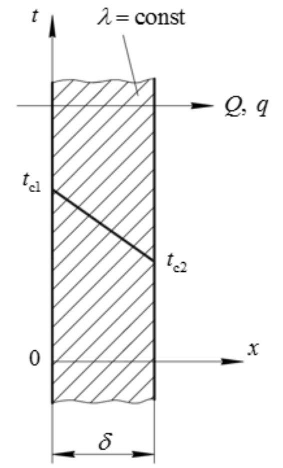

Рисунок 3.1 Зміна температури по товщині однорідної плоскої стінки

Розглядається плоска стінка з товщиною δ та необмеженими розмірами по висоті та ширенні. Коефіцієнт теплопровідності постійна величина λ=const. Відсутні внутрішні джерела енергії $q_v = 0$. Завдяки рівномірному теплопідводу на зовнішній поверхні стінки підтримуються незмінними в часі і по поверхні температури стінки t_{c1} і t_{c2}, $t_{c1} > t_{c2}$. Визначити температурне поле і тепловий потік, який передається через стінку шляхом теплопровідності.

Необхідно вирішити задачу теплопровідності. Знайти температурне поле в стінці та тепловий потік, що передається через стінку.

Температура в плоскій стінці при λ=const змінюється за *лінійним законом*.

Рівняння температурного поля в стінці $t = t_{c1} - \dfrac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x$ (3.1)

Тепловий потік $Q = \dfrac{\lambda}{\delta} F (t_{c1} - t_{c2})$ (3.2)

Густина теплового потоку $q = \dfrac{\lambda}{\delta}(t_{c1} - t_{c2})$ (3.3)

Температура стінки: $t_{c1} = t_{c2} + q\dfrac{\delta}{\lambda}$; $t_{c2} = t_{c1} - q\dfrac{\delta}{\lambda}$ (3.4)

Повний термічний опір стінки $R_\lambda = \dfrac{\delta}{\lambda F}$ (3.5)

Питомий термічний опір стінки $r_\lambda = \dfrac{\delta}{\lambda}$ (3.6)

Розглянемо задачу теплопровідності в плоскій стінці при граничних умовах I-го роду за умови, що коефіцієнт теплопровідності залежить від температури $\lambda = \lambda(t)$.

Середньо-інтегральний коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda_m = \frac{1}{t_{c1} - t_{c2}} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) dt \tag{3.7}$$

Коефіцієнт теплопровідності лінійно залежить від температури $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$

Таким чином середньо-інтегральний коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda_m = \lambda_0\left(1 + b\frac{t_{c1} + t_{c2}}{2}\right) \qquad (3.8)$$

Закон для розподілення температури в плоскій стінці при $\lambda = \lambda(t)$

$$t = \sqrt{(\frac{1}{b} + t_{c1})^2 - \frac{2q \cdot x}{\lambda_0 \cdot b}} - \frac{1}{b} \qquad (3.9)$$

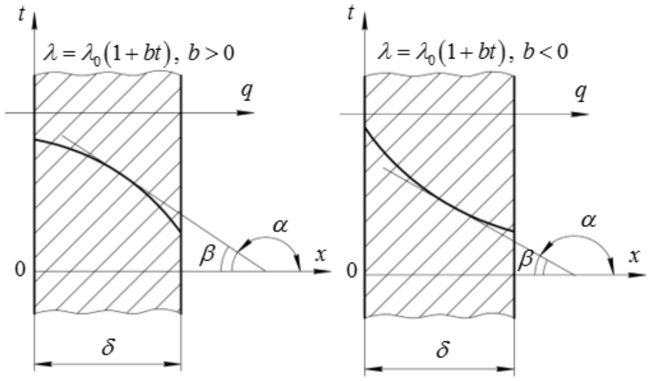

Рисунок 3.2 Зміна температури по товщині плоскої стінки при $\lambda = \lambda(t)$

Аналітично можна показати, що при:

$b \succ 0$ крива прогинається догори;

$b \prec 0$ крива прогинається вниз.

Густина теплового потоку $q = \frac{\lambda_m}{\delta}(t_{c1} - t_{c2})$ (3.10)

Розглянемо далі багатошарову стінку, загальна кількість якої *n*.

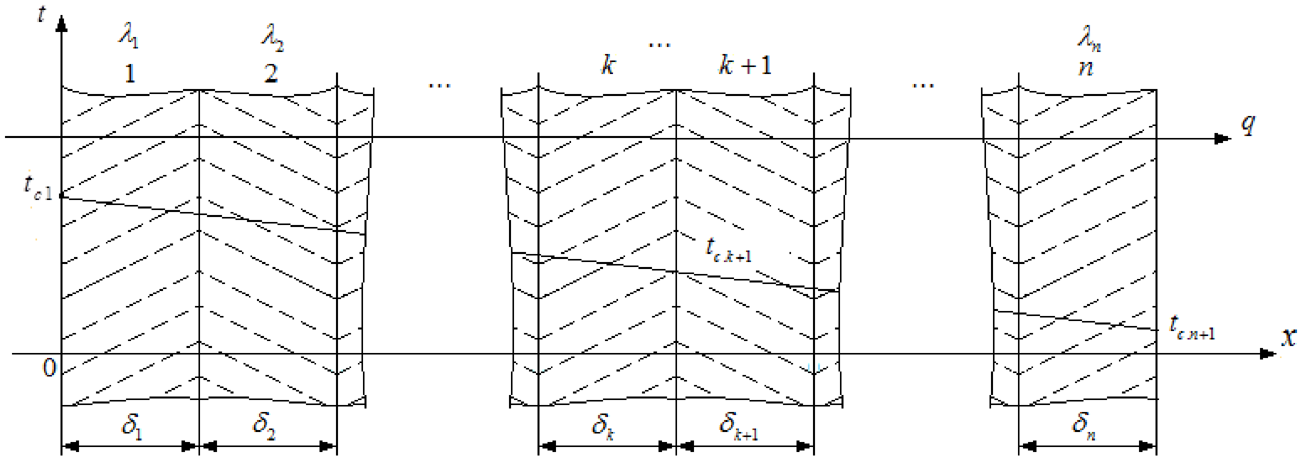

Рисунок 3.3 Зміна температури по товщині багатошарової плоскої стінки

Багатошарову стінку можна умовно замінити деякою одношаровою еквівалентною стінкою – це деяка одношарова стінка товщина якої $\delta_{екв}$ дорівнює сумарній товщині багатошарової стінки і при цьому з однаковими значеннями перепадів температур на багатошаровій і еквівалентній стінці. Через еквівалентну стінку передається такий же тепловий потік як і через багатошарову стінку. З цього слідує, що повинні бути однакові термічні опори еквівалентної і багатошарової стінки.

Питомий термічний опір багатошарової стінки $\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i} = \frac{\delta_{екв}}{\lambda_{екв}}$ (3.11)

Товщина еквівалентної стінки $\delta_{екв} = \sum_{i=1}^{n} \delta_i$ (3.12)

Коефіцієнт теплопровідності еквівалентної стінки $\lambda_{екв} = \dfrac{\delta_{екв}}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}}$ (3.13)

Густина теплового потоку $q = \dfrac{\lambda_{екв}}{\delta_{екв}} \cdot (t_{c1} - t_{c,n+1})$ (3.14)

Проміжне значення температури між к і к+1 можна обчислити за формулою

$$t_{c,k+1} = t_{c1} - q \cdot \sum_{i=1}^{k} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \quad (3.15)$$

3.2 Теплопровідність в плоскій стінці при граничних умовах III–го роду за відсутності внутрішніх джерел теплоти

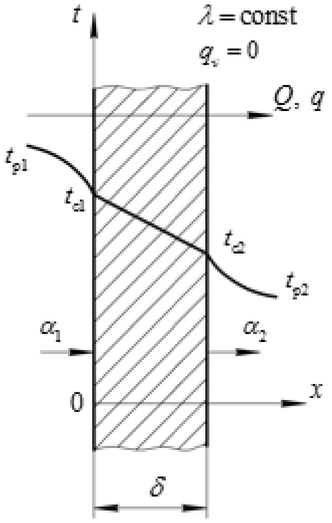

Рисунок 3.4 Зміна температури при теплопередачі через одношарову плоску стінку

Задачі теплопровідності при граничних умовах III–го роду, по суті є процес теплопередачі від однієї рідини до іншої. На рисунку показано схему процесу теплопередачі через плоску стінку товщиною δ, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda = \text{const}$. Внутрішні джерела теплоти в стінці відсутні $q_\text{v} = 0$. З однієї сторони стінка омивається гарячою рідиною при температурі $t_{\text{р}1}$, а з іншої сторони – холодною рідиною, температура якої $t_{\text{р}2}$. Задано коефіцієнти тепловіддачі від гарячої рідини до стінки α_1 і від стінки до холодної рідини α_2 [4].

Необхідно вирішити задачу теплопередачі. Знайти температурне поле в стінці та тепловий потік, що передається від гарячої до холодної рідини.

Процес теплопередачі складається з таких трьох процесів:

1) рівняння тепловіддачі збоку гарячої рідини:

$$Q = \alpha_1 F (t_{p1} - t_{c1}) \tag{3.16}$$

2) рівняння для теплового потоку, який шляхом теплопровідності переноситься через стінку

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F (t_{c1} - t_{c2}) \tag{3.17}$$

3) рівняння для процесу тепловіддачі збоку стінки до холодної рідини

$$Q = \alpha_2 F (t_{c2} - t_{p2})\,. \tag{3.18}$$

Оскільки процес теплопередачі стаціонарний, то тепловий потік для кожного з цих процесів постійна величина $Q = idem$

Температурний напір

$$t_{p1} - t_{p2} = Q\left(\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{\delta}{\lambda F} + \frac{1}{\alpha_2 F} \right) \tag{3.19}$$

Повний опір теплопередачі

$$R = R_{\alpha 1} + R_\lambda + R_{\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{\delta}{\lambda F} + \frac{1}{\alpha_2 F} \tag{3.20}$$

$R_{\alpha 1} = \dfrac{1}{\alpha_1 F}$ - повний термічний опір тепловіддачі збоку гарячої рідини.

$R_{\alpha 2}=\dfrac{1}{\alpha_2 F}$ - повний термічний опір тепловіддачі від стінки до холодної рідини.

$R_{\lambda}=\dfrac{\delta}{\lambda F}$ - повний термічний опір стінки.

Температурний напір можна представити через густину теплового потоку, врахувавши, що $\dfrac{Q}{F}=q$

$$t_{p1}-t_{p2}=q\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}\right) \tag{3.21}$$

Питомий опір теплопередачі

$$r=r_{\alpha 1}+r_{\lambda}+r_{\alpha 2}=\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2} \tag{3.22}$$

$r_{\alpha 1}=\dfrac{1}{\alpha_1}$ - питомий термічний опір тепловіддачі збоку гарячої рідини.

$r_{\alpha 2}=\dfrac{1}{\alpha_2}$ - питомий термічний опір тепловіддачі від стінки до холодної рідини.

$r_{\lambda}=\dfrac{\delta}{\lambda}$ - питомий термічний опір стінки.

Коефіцієнт теплопередачі – обернена величина до питомого опору теплопередачі

$$k=\frac{1}{r}=\frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1}+\dfrac{\delta}{\lambda}+\dfrac{1}{\alpha_2}} \tag{3.23}$$

Тепловий потік $Q=kF(t_{p1}-t_{p2})$ (3.24)

Густина теплового потоку $q=k(t_{p1}-t_{p2})$ (3.25)

Величину значення температури на зовнішніх поверхнях стінки:

$$t_{c1}=t_{p1}-q\frac{1}{\alpha_1} \tag{3.26}$$

$$t_{c1}=t_{p2}+q\left(\frac{1}{\alpha_2}+\frac{\delta}{\lambda}\right) \tag{3.27}$$

$$t_{c2}=t_{p1}-q\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}\right) \tag{3.28}$$

$$t_{c2}=t_{p2}+q\frac{1}{\alpha_2} \tag{3.29}$$

Розглянемо задачу теплопровідності в плоскій стінці при граничних умовах ІІІ-го роду за умови, що коефіцієнт теплопровідності залежить від температури $\lambda=\lambda(t)$. Якщо коефіцієнт теплопровідності лінійно залежить від температури $\lambda = \lambda_0 \cdot (1 + bt)$, то вводиться в формули середньо-інтегральний коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda_m = \lambda_0 \left(1 + b \frac{t_{c1} + t_{c2}}{2} \right) \tag{3.30}$$

Коефіцієнт теплопередачі

$$k = \frac{1}{r} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda_m} + \frac{1}{\alpha_2}} \tag{3.31}$$

Величину значення температури на зовнішніх поверхнях стінки:

$$t_{c1} = t_{p2} + q\left(\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda_m} \right) \tag{3.32}$$

$$t_{c2} = t_{p1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda_m} \right) \tag{3.33}$$

Розглянемо далі багатошарову стінку, загальна кількість якої *n*.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \tag{3.34}$$

Тепловий потік $Q = kF(t_{p1} - t_{p2})$ (3.35)

Густина теплового потоку $q = k(t_{p1} - t_{p2})$ (3.36)

Проміжне значення температури між n і n+1 можна обчислити за формулою

$$t_{c,n+1} = t_{p1} - q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) \tag{3.37}$$

3.3 Задачі і приклади розв'язку теплопровідності через плоску стінку

3.1. Визначити тепловий потік крізь стінку з червоної цегли завширшки 4 м, заввишки 2,8 м і завтовшки 500 мм при температурах її поверхонь $t_{c1} = 16°C$ і $t_{c2} = -1°C$, якщо коефіцієнт теплопровідності цегляної кладки $\lambda = 0,67$ Вт/(м·К).

Відповідь. $Q = 255,1$ Вт.

3.2. Визначити питомий термічний опір плоскої однорідної стінки, а також густину теплового потоку крізь стінку, якщо стінка виготовлена: а) з сталі [$\delta = 50$ мм, $\lambda = 25$ Вт/(м·К)]; б) з червоної цегли [$\delta = 250$ мм, $\lambda = 0,67$ Вт/(м·К)]; в) з пінобетону [$\delta = 250$ мм, $\lambda = 0,12$ Вт/(м·К)].

У всіх трьох випадках температури на поверхнях стінки підтримуються сталими: $t_{c1} = 105°C$ і $t_{c2} = 95°C$.

Відповідь. Для сталевої стінки $q = 5000$ Вт/м^2; для цегляної стінки $q = 26{,}8$ Вт/м^2; для стінки з пінобетону $q = 4{,}8$ Вт/м^2.

3.3. Втрата тепла крізь цегляну стінку будинку за умови, що температура її внутрішньої поверхні $t_{\text{c1}} = 16°\text{C}$, становить $41{,}6$ Вт/м^2. На якій відстані від цієї поверхні температура всередині стінки досягає $10°\text{C}$, якщо товщина стінки $\delta = 250$ мм при значенні коефіцієнта теплопровідності $\lambda = 0{,}8$ Вт/(м $\cdot$ К)?

Відповідь. Відстань від внутрішньої поверхні стінки $x = 115$ мм.

3.4. Одержати вираз для середньоінтегрального значення коефіцієнта теплопровідності в інтервалі температур від t_{c2} до t_{c1} $(t_{\text{c2}} < t_{\text{c1}})$ у випадку лінійної залежності коефіцієнта теплопровідності від температури.

Відповідь. $\lambda_{\text{m}} = \lambda_0 \left(1 + b\dfrac{t_{\text{c1}} + t_{\text{c2}}}{2}\right)$.

3.5. Визначити тепловий потік крізь стінку з шамотної цегли завширшки 0,75 м, заввишки 1,4 м і завтовшки 0,12 м при температурах її поверхонь $t_{\text{c1}} = 1250°\text{C}$ і $t_{\text{c2}} = 80°\text{C}$, якщо коефіцієнт теплопровідності шамоту є лінійна функція від температури $\lambda = 0{,}84\left(1 + 7{,}14 \cdot 10^{-4} t\right)$ Вт/(м $\cdot$ К).

Відповідь. $Q = 12{,}7$ кВт.

3.6. Визначити густину теплового потоку крізь графітову пластину товщиною $\delta = 10$ мм, коефіцієнт теплопровідності якої є показниковою функцією від температури $\lambda = 167{,}5 \cdot 10^{-t/2000}$ Вт/(м $\cdot$ К), а температури її поверхонь дорівнюють $t_{\text{c1}} = 1400°\text{C}$ і $t_{\text{c2}} = 100°\text{C}$.

Відповідь. $q = 10{,}06$ МВт/м^2.

3.7. На зовнішніх поверхнях однорідної плоскої стінки, висота і ширина якої значно більші порівняно з товщиною δ, задані сталі по поверхні і у часі температури, які відповідно при $x = 0$ і $x = \delta$ дорівнюють t_{c1} і t_{c2} (рис. 3.5). Коефіцієнт теплопровідності стінки лінійно залежить від температури і визначається рівнянням $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$.

Використовуючи безпосередньо закон Фур'є, одержати формулу для густини теплового потоку крізь стінку, а також знайти аналітичний вираз для розподілу температури в стінці.

Розв'язання. Для одновимірного стаціонарного процесу теплопровідності закон Фур'є з урахуванням того, що $\lambda = f(t)$, можна записати у вигляді:

$$q = -\lambda(t)\cdot\frac{dt}{dx} = -\lambda_0\left(1+bt\right)\frac{dt}{dx} \qquad \text{(а)}$$

Помножимо вираз (а) на dx і дістанемо диференціальне рівняння з відокремленими змінними

$$q\,dx = -\lambda_0\left(dt + bt\,dt\right), \qquad \text{(б)}$$

після інтегрування якого в межах від $x=0$ до $x=\delta$ в інтервалі температур від t_{c1} до t_{c2} матимемо:

$$q\delta = \lambda_0[(t_{c1}-t_{c2}) + \frac{b}{2}(t_{c1}^2 - t_{c2}^2)]$$

або
$$q = \frac{\lambda_0\left(1+b\frac{t_{c1}+t_{c2}}{2}\right)}{\delta}\cdot(t_{c1}-t_{c2}). \qquad \text{(в)}$$

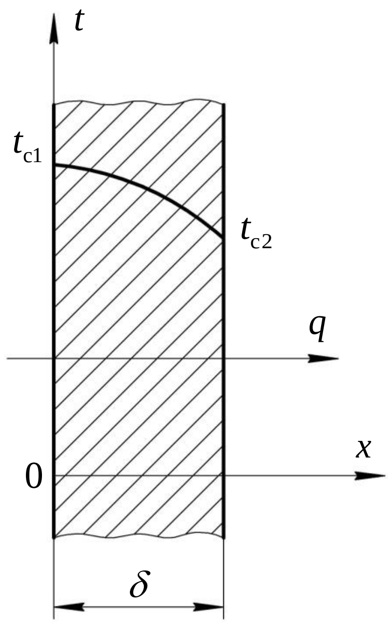

Рисунок 3.5 До прикладу 3.7

В виразі (в) множник

$$\lambda_0\left(1+b\frac{t_{c1}+t_{c2}}{2}\right)$$

є середньоінтегральним значенням коефіцієнта теплопровідності λ_m. Таким чином, густина теплового потоку крізь стінку

$$q = \frac{\lambda_m}{\delta}(t_{c1}-t_{c2}). \qquad \text{(г)}$$

Для одержання аналітичного виразу $t = f(x)$ виконаємо інтегрування рівняння (б) в межах від $x=0$ до любої поточної координати x і в інтервалі температур від t_{c1} до t. При цьому одержимо, що

$$qx = -\lambda_0[(t-t_{c1}) + \frac{b}{2}(t^2 - t_{c1}^2)]$$

Отже, відносно поточної температури t маємо квадратне рівняння, яке можна записати у вигляді:

$$t^2 + \frac{2}{b}t - t_{c1}^2 - \frac{2}{b}t_{c1} + \frac{2qx}{\lambda_0 b} = 0.$$

Розв'язуючи останнє квадратне рівняння, одержуємо вираз для температурного поля в стінці:

$$t = \sqrt{\left(\frac{1}{b}+t_{c1}\right)^2 - \frac{2qx}{\lambda_0 b}} - \frac{1}{b}. \qquad \text{(д)}$$

Можна довести, що у випадку, коли коефіцієнт теплопровідності $\lambda = \lambda_0\left(1-bt\right)$, розподіл температури в стінці описується рівнянням:

$$t = \frac{1}{b} - \sqrt{\left(\frac{1}{b}-t_{c1}\right)^2 + \frac{2qx}{\lambda_0 b}}.$$

Насамкінець слід зауважити, що використана вище методика визначення розподілу температури в тілі може розглядатися тільки як окремий аналітичний прийом, який є можливим лише для одновимірного стаціонарного температурного поля.

3.8. Використовуючи закон Фур'є, довести, що за умови лінійної залежності коефіцієнта теплопровідності від температури $\lambda = \lambda_0(1+bt)$ крива $t = f(x)$ для розподілу температури в плоскій стінці при $b>0$ прогинається доверху, а при $b<0$ – донизу.

Розв'язання. Характер розподілу температури в плоскій стінці за умови $b>0$ показано на рис. 2.2.

Виходячи з геометричної інтерпретації першої похідної та рис. 3.6 маємо, що

$$\frac{dt}{dx} = tg\alpha = -tg\beta .$$

Тоді закон Фур'є $q = -\lambda \cdot \dfrac{dt}{dx}$ можемо записати у вигляді

$$q = \lambda \cdot tg\beta .$$

Аналізуючи останній вираз для закону Фур'є, встановимо такий взаємозв'язок між величинами, що характеризують процес теплопровідності в стінці:

$$\left.\begin{array}{l} x^{\uparrow} \to t^{\downarrow} \to \lambda^{\downarrow} \to \\ \hookrightarrow q = const \to \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{Фур'є}]{\text{закон}} tg\beta^{\uparrow}.$$

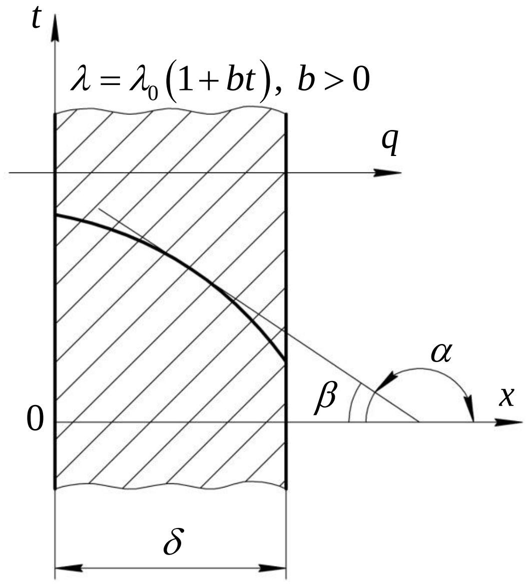

Рисунок 3.6 До прикладу 3.8

Така закономірність зміни кута нахилу дотичної до графіку розподілу температури в залежності від координати x відповідає умові, коли крива $t = f(x)$ прогинається доверху.

За умови $b<0$ (рис. 3.7) маємо:

$$\left.\begin{array}{l} x^{\uparrow} \to t^{\downarrow} \to \lambda^{\uparrow} \to \\ \hookrightarrow q = const \to \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{Фур'є}]{\text{закон}} tg\beta^{\downarrow}.$$

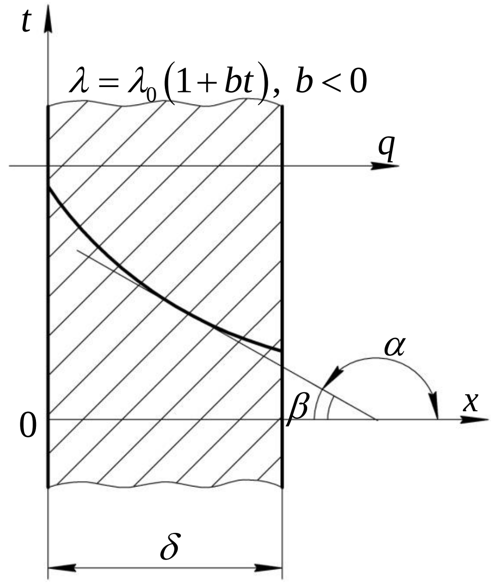

Рисунок 3.7. До прикладу 3.8

Звідси випливає, що нахил дотичної до графіку $t = f(x)$ при збільшенні координати x зменшується. Це свідчить про те, що крива $t = f(x)$ при $b<0$ прогинається донизу.

3.9. Густина теплового потоку крізь плоску стінку завтовшки 250 мм при температурі нагріваної поверхні стінки $t_{с1} = 750°\text{C}$ становить $2750\ \text{Вт/м}^2$. Коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки є функцією від температури $\lambda = 0,7(1+10^{-3}t)\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

Обчислити поточне значення температури в стінці на відстанях від нагріваної поверхні $x = 50$, 100, 150, 200, 250 мм, а також побудувати графік залежності $t = f(x)$.

3.10. Визначити відстань від нагріваної поверхні плоскої стінки з динасової цегли, при якій поточна температура в стінці зменшиться до $650°\text{C}$. Товщина стінки $\delta = 100$ мм. Температури її поверхонь $t_{с1} = 1350°\text{C}$ і $t_{с2} = 100°\text{C}$ Коефіцієнт теплопровідності динаса $\lambda = 0,9(1+7,78\cdot10^{-4}t)\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

Відповідь. $x = 64$ мм.

3.11. При лабораторному дослідженні одержано в залежності від температури такі значення коефіцієнта теплопровідності деякого матеріалу:

t, °C	10	20	40	60	80	90
λ, Вт/(м·К)	0,0513	0,0537	0,0584	0,0615	0,0664	0,0680

Обґрунтувати можливість представлення експериментальних даних лінійною функцією від температури $\lambda = \lambda_0(1+bt)$. Знайти також чисельні значення коефіцієнтів λ_0 і b.

Відповідь. $\lambda = 0,05(1+4\cdot10^{-3}t)\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

3.12. Обмурок полуменевої печі складається з шару шамотної цегли [$\delta_1 = 380$ мм; середньоінтегральне значення коефіцієнта теплопровідності $\lambda_{m1} = 1,25\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$] і шару червоної цегли [$\delta_2 = 250$ мм; $\lambda_2 = 0,65\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$]. Температури внутрішньої і зовнішньої поверхонь двошарової стінки відповідно дорівнюють: $t_{с1} = 950°\text{C}$, $t_{с3} = 40°\text{C}$.

Визначити проміжну температуру на межі шарів, а також поточне значення температури при $x = 0,5$ м.

Відповідь. $t_{с2} = 548,5°\text{C}$; при $x = 0,5$ м поточна температура $t = 325°\text{C}$.

3.13. Стальна стінка парового котла, через яку кипляча вода сприймає теплоту від димових газів, має товщину $\delta_1 = 20$ мм і коефіцієнт теплопровідності $\lambda_1 = 58\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$. Товщина шару накипу на стінці $\delta_2 = 2$ мм. Коефіцієнт теплопровідності накипу $\lambda_2 = 1,05\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$. Температура чистої поверхні стальної стінки $t_{с1} = 310°\text{C}$, а поверхні накипу $t_{с3} = 105°\text{C}$.

Визначити густину теплового потоку крізь стінку, а також температуру в площині дотику металу і накипу. Показати на рисунку і пояснити характер розподілу температури в стінці.

Відповідь. $q = 91,3\ \text{кВт/м}^2$; $t_{с2} = 278,5°\text{C}$.

3.14. Використовуючи поняття еквівалентного коефіцієнта теплопровідності, знайти густину теплового потоку крізь стінку за умов задачі 2.13.

Показати на рисунку і порівняти процеси теплопровідності в двошаровій і еквівалентній стінках.

3.15. Обмурок нагрівальної печі, що складається з магнезитової [$\delta_1 = 250$ мм; $\lambda_1 = 4,7(1 - 0,36 \cdot 10^{-3} t)$ Вт/(м $\cdot$ К)] і червоної цегли [$\lambda_2 = 0,75$ Вт/(м $\cdot$ К)], має граничні температури $t_{с1} = 1000°С$ і $t_{с3} = 50°С$.

Знайти товщину шару червоної цегли, при якій теплові втрати не перевищуватимуть 2300 Вт/м^2. Побудувати графік температурного поля, обчисливши температуру в обмурку через кожні 50 мм.

Відповідь. $\delta_2 = 250$ мм.

3.16. Холодильна камера відокремлена від приміщення цеху цегляною стіною [$\delta_2 = 380$ мм; $\lambda_2 = 0,67$ Вт/(м $\cdot$ К)]. З боку цеху стіна покрита штукатуркою, а з боку холодильної камери – мінеральною ватою [$\delta_3 = 50$ мм; $\lambda_3 = 0,04$ Вт/(м $\cdot$ К)] і штукатуркою. Товщина шарів штукатурки однакова ($\delta_1 = \delta_4 = 25$ мм) і при цьому $\lambda_1 = \lambda_4 = 0,7$ Вт/(м $\cdot$ К). Температури поверхонь штукатурки з боку цеху і камери відповідно дорівнюють: $t_{с1} = 14°С$ і $t_{с5} = -20°С$

Знайти тепловий потік, який надходить з цеху до холодильної камери, якщо площа поверхні стіни $F = 50$ м^2, а також встановити, чи має місце промерзання цегляного шару стінки.

Відповідь. $Q = 900$ Вт; температура $t_{с3} > 0°С$ – цегляний шар стінки не промерзає.

3.17. Теплота від димових газів при середній температурі $t_{р1} = 750°С$ передається через стальну стінку парового котла [$\delta = 20$ мм; $\lambda = 48,5$ Вт/(м $\cdot$ К)] до киплячої води, що знаходиться під тиском $p = 19,08 \cdot 10^5$ Па. Коефіцієнт тепловіддачі від газів до стінки $\alpha_1 = 50$ Вт/(м$^2 \cdot$ К) і від стінки до води $\alpha_2 = 6000$ Вт/(м$^2 \cdot$ К).

Визначити питоме теплове навантаження і температуру на поверхнях стальної стінки.

Як зміняться результати, якщо з боку киплячої води стінка вкрита шаром накипу $\delta_н = 3$ мм при $\lambda_н = 0,29$ Вт/(м $\cdot$ К)?

Розв'язання. 1. Для чистої стальної стінки маємо такі значення окремих питомих термічних опорів:

$$r_{\alpha 1} = \frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ К/Вт/м}^2; \; r_\lambda = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{0,02}{48,5} = 0,000412;$$

$$r_{\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{6000} = 0,000167.$$

Тоді питомий термічний опір процесу теплопередачі

$$r = r_{\alpha 1} + r_\lambda + r_{\alpha 2} = 0,020579 \text{ К/Вт/м}^2.$$

Отже, коефіцієнт теплопередачі

$$k = \frac{1}{r} = \frac{1}{0,020579} = 48,6 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

При тиску $p = 19,08 \cdot 10^5$ Па температура кипіння води дорівнює 210°С (дод. 18) і тому густина теплового потоку

$$q = k(t_{\text{р1}} - t_{\text{р2}}) = 48,6 \cdot (750 - 210) = 26240 \text{ Вт/м}^2.$$

Температури стальної стінки котла:

$$t_{\text{с1}} = t_{\text{р1}} - q\frac{1}{\alpha_1} = 750 - 26240\frac{1}{50} = 225,2°\text{С},$$

$$t_{\text{с2}} = t_{\text{р2}} - q\frac{1}{\alpha_2} = 210 - 26240\frac{1}{6000} = 214,4°\text{С}.$$

2. При наявності накипу (рис. 3.8) необхідно додатково врахувати питомий термічний опір накипу

$$\frac{\delta_\text{н}}{\lambda_\text{н}} = \frac{0,003}{0,29} = 0,010345 \text{ К/Вт/м}^2.$$

З урахуванням цього опір процесу теплопередачі

$$r' = 0,020579 + 0,010345 = 0,030924,$$

коефіцієнт теплопередачі

$$k' = \frac{1}{0,030924} = 32,34 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$$

і густина теплового потоку

$$q' = 32,34(750 - 210) = 17460 \text{ Вт/м}^2,$$

тобто густина теплового потоку зменшується на 33%.

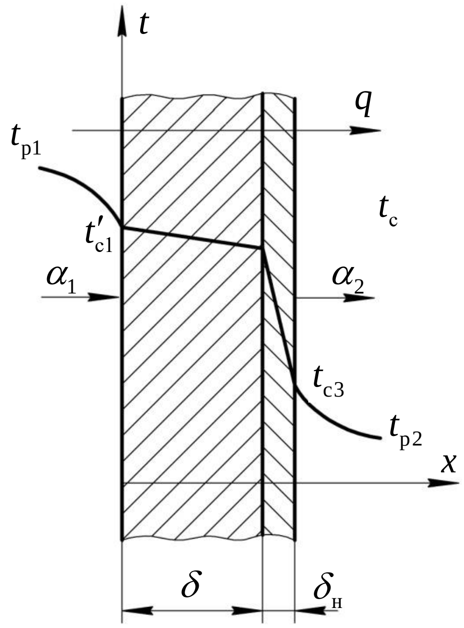

Рисунок 3.8. До прикладу 3.17

Температури стальної стінки котла:

$$t'_{\text{с1}} = t_{\text{р1}} - q'\frac{1}{\alpha_1} = 750 - 17460 \cdot \frac{1}{50} = 400,8°\text{С},$$

$$t'_{\text{с2}} = t_{\text{р2}} - q'\left(\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda}\right) = 750 - 17460 \cdot 0,020412 = 393,6°\text{С}.$$

Розрахунки показують, що поява накипу не тільки знижує продуктивність котла, а й істотно підвищує температуру металу стінки котла. Цей факт в експлуатаційних умовах є дуже небезпечним.

3.18. Стіни сушильної камери з червоної цегли [$\delta_1 = 250$ мм; $\lambda_1 = 0,7$ Вт/(м·К)] ізольовані зовні матами з мінеральної вати [$\delta_2 = 50$ мм; $\lambda_2 = 0,082$ Вт/(м·К)]. Температура гарячого повітря всередині камери $t_{\text{р1}} = 150°\text{С}$, а температура зовнішнього повітря $t_{\text{р2}} = 30°\text{С}$. Коефіцієнти тепловіддачі на внутрішній і зовнішній поверхнях стінки відповідно дорівнюють: $\alpha_1 = 25$ і $\alpha_2 = 10$ Вт/(м^2·К).

Визначити густину теплового потоку крізь стінку камери, а також температуру на межі дотику цегли з ізоляцією.

Відповідь. $q = 108,4$ Вт/м^2; $t_{с2} = 107°С$.

3.19. Використовуючи метод послідовних наближень, визначити густину теплового потоку крізь обмурок печі, що складається з шарів вогнетривкої і червоної цегли, завтовшки по 250 мм кожний [$\lambda_1 = 0,84(1+7,14 \cdot 10^{-4} t)$ Вт/(м$\cdot$К); $\lambda_2 = 0,8$ Вт/(м$\cdot$К)], якщо $t_{р1} = 1200°С$, $t_{р2} = 30°С$, $\alpha_1 = 25$ Вт/(м$^2 \cdot$К) і $\alpha_2 = 10$ Вт/(м$^2 \cdot$К).

Визначити також температури на поверхнях відповідних шарів стінки.

Відповідь. $q = 1860$ Вт/м^2; $t_{с1} = 1126°С$, $t_{с2} = 797°С$ і $t_{с3} = 216°С$.

3.20. Обмурок печі складається з шарів шамотної і червоної цегли, між якими розташована засипка з діатоміта [$\lambda_2 = 0,13(1+1,538 \cdot 10^{-3} t)$ Вт/(м$\cdot$К)]. Товщина шамотного шару $\delta_1 = 120$ мм [$\lambda_1 = 0,94$ Вт/(м$\cdot$К)] і шару з червоної цегли $\delta_3 = 250$ мм [$\lambda_1 = 0,8$ Вт/(м$\cdot$К)]. Температура газів в печі $t_{р1} = 1250°С$ і повітря в приміщенні $t_{р2} = 30°С$, відповідно коефіцієнти тепловіддачі $\alpha_1 = 30$ Вт/(м$^2 \cdot$К) і $\alpha_2 = 10$ Вт/(м$^2 \cdot$К).

Якою повинна бути товщина діатомітового шару, щоб втрати в оточуюче середовище не перевищували 1750 Вт/м^2?

Відповідь. $\delta_2 = 38$ мм.

3.21. Цегляні стіни приміщення [$\delta_2 = 510$ мм; $\lambda_2 = 0,77$ Вт/(м$\cdot$К)] зсередини покрито шаром штукатурки [$\delta_1 = 12$ мм; $\lambda_1 = 0,8$ Вт/(м$\cdot$К)]. Температура повітря в приміщенні $t_{р1} = 20°С$, а зовнішнього повітря $t_{р2} = -25°С$. Коефіцієнт тепловіддачі до внутрішньої поверхні стіни $\alpha_1 = 8$ Вт/(м$^2 \cdot$К) і від зовнішньої поверхні стіни, яка обдувається вітром, $\alpha_2 = 25$ Вт/(м$^2 \cdot$К).

Визначити густину теплового потоку крізь стіну, температури на поверхнях стіни $t_{с1}$ і $t_{с3}$, а також глибину промерзання стіни.

Розв'язати задачу за умови, що стіна покрита зовні шаром пінополістиролу товщиною $\delta_3 = 50$ мм з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_3 = 0,04$ Вт/(м$\cdot$К). Порівняти результати розрахунків для ізольованої і неізольованої стінок.

Відповідь.

Наявність ізоляції	q, Вт/м^2	$t_{с1}$, °С	$t_{с3}$, °С	Глибина промерзання шару цегли, мм
Неізольована стіна	53,5	13,3	–22,9	330
Ізольована стіна	21,5	17,3	2,7	Промерзання відсутнє

3.4 Теплопровідність в циліндричній стінці при граничних умовах I–го роду за відсутності внутрішніх джерел теплоти

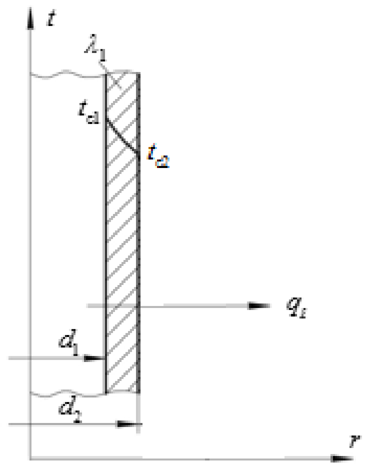

Рисунок 3.9 Зміна температури по товщині однорідної циліндричної стінки

Маємо циліндричну стінку, достатньо великої довжини L, внутрішній радіус якої r_1, а зовнішній r_2. Коефіцієнт теплопровідності постійна величина λ =const. Відсутні внутрішні джерела енергії $q_v = 0$. Завдяки рівномірному теплопідводу на зовнішніх поверхнях стінки підтримуються незмінними в часі і по поверхні температури стінки t_{c1} (внутрішня стінка) і t_{c2} (зовнішня стінка), $t_{c1} > t_{c2}$.

Необхідно вирішити задачу теплопередачі. Знайти температурне поле в циліндричній стінці та тепловий потік, що передається через циліндричну стінку.

Температура в циліндричній стінці змінюється за *логарифмічним законом*.
Рівняння температурного поля в циліндричній стінці

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln\frac{r}{r_1} \qquad (3.38)$$

Тепловий потік $Q = \dfrac{t_{c1} - t_{c2}}{\dfrac{1}{2\pi\lambda L}\ln\dfrac{d_2}{d_1}}$ (3.39)

Повний термічний опір циліндричної стінки $R_\lambda = \dfrac{1}{2\pi\lambda L}\ln\dfrac{d_2}{d_1}$ (3.40)

Лінійна густина теплового потоку – це тепловий потік розрахований на одиницю довжини циліндричної стінки $q_l = \dfrac{Q}{L} = \dfrac{t_{c1} - t_{c2}}{\dfrac{1}{2\pi\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1}}$ (3.41)

$$q_l = qF_l = q\pi d = q2\pi r \qquad (3.42)$$

Доцільність введення q_l пояснюється тим, що ця величина не залежить від радіуса. В той же час поверхнева густина теплового потоку

$$q = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2\pi r L} = f(r) \qquad (3.43)$$

Лінійний повний термічний опір циліндричної стінки $R_{\lambda,l} = \dfrac{1}{2\pi\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1}$ (3.44)

Розглянемо задачу теплопровідності в плоскій стінці при граничних умовах І-го роду за умови, що коефіцієнт теплопровідності залежить від температури $\lambda = \lambda(t)$.

Середньо-інтегральний коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda_m = \frac{1}{t_{c1} - t_{c2}} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) dt \qquad (3.45)$$

Коефіцієнт теплопровідності лінійно залежить від температури

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bt) \qquad (3.46)$$

Таким чином середньо-інтегральний коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda_m = \lambda_0 \left(1 + b \frac{t_{c1} + t_{c2}}{2} \right) \qquad (3.47)$$

Тепловий потік
$$Q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{2\pi\lambda_m L} \ln \frac{d_2}{d_1}} \qquad (3.48)$$

Повний термічний опір циліндричної стінки $R_\lambda = \frac{1}{2\pi\lambda_m L} \ln \frac{d_2}{d_1}$ (3.49)

Лінійна густина теплового потоку $q_l = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{2\pi\lambda_m} \ln \frac{d_2}{d_1}}$ (3.50)

Лінійний повний термічний опір циліндричної стінки

$$R_{\lambda,l} = \frac{1}{2\pi\lambda_m} \ln \frac{d_2}{d_1} \qquad (3.51)$$

Закон для розподілення температури в циліндричній стінці при $\lambda = \lambda(t)$

$$t = \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_{c1} \right)^2 - \frac{q_l}{\pi\lambda_0 b} \ln \frac{r}{r_1}} - \frac{1}{b} \qquad (3.52)$$

Розглянемо далі багатошарову стінку, загальна кількість якої *n*.

Лінійна густина теплового потоку $q_l = \frac{t_{c1} - t_{c,n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}$ (3.53)

Коефіцієнт теплопровідності еквівалентної циліндричної стінки

$$\frac{1}{2\pi\lambda_{екв}} \ln \frac{d_{n+1}}{d_1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \qquad (3.54)$$

$$\lambda_{екв} = \frac{\ln \frac{d_{n+1}}{d_1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} \qquad (3.55)$$

Лінійна густина теплового потоку $q_l = \frac{t_{c1} - t_{c,n+1}}{\frac{1}{2\pi\lambda_{екв}} \ln \frac{d_{n+1}}{d_1}}$ (3.56)

Проміжне значення температури між к і к+1 можна обчислити за формулою

$$t_{c,\kappa+1} = t_{c1} - q_l \left(\sum_{i=1}^{\kappa} \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right) = t_{c1} - q_l \left(\frac{1}{2\pi\lambda_{екв}} \ln \frac{d_{n+1}}{d_1} \right) \qquad (3.57)$$

У випадку малої кривизни циліндричної стінки $d_2 / d_1 < 2$, для визначення переносу теплоти можна використати наближені формули плоскої стінки:

$$\left\{\begin{aligned} & q = \frac{\lambda}{\delta}(t_{c1} - t_{c2}) \\ & \delta = \frac{d_2 - d_1}{2} \\ & Q = qF_{розр} \\ & F_{розр} = \pi\left(\frac{d_1 + d_2}{2}\right)l \end{aligned}\right\} \qquad (3.58)$$

3.5 Теплопровідність в циліндричній стінці при граничних умовах III–го роду за відсутності внутрішніх джерел теплоти

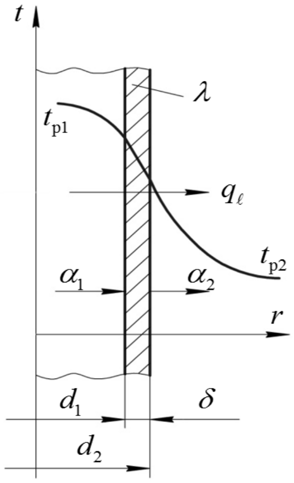

Рисунок 3.10 Зміна температури при теплопередачі по товщині однорідної циліндричної стінки

Розглядається циліндрична стінка внутрішнім діаметром d_1 та зовнішнім діаметром d_2 достатньо великої довжини. Коефіцієнт теплопровідності постійна величина λ=const. Відсутні внутрішні джерела енергії $q_v = 0$. Відомі температури гарячої та холодної рідини t_{p1}, t_{p2}, а також коефіцієнти тепловіддачі: α_1 - коефіцієнт тепловіддачі зі сторони гарячої рідини; α_2 - коефіцієнт тепловіддачі зі сторони холодної рідини.

Необхідно вирішити задачу теплопередачі. Знайти температурне поле в стінці та тепловий потік, що передається від гарячої до холодної рідини, лінійну густину теплового потоку.

Процес теплопередачі складається з таких трьох процесів:

1) рівняння тепловіддачі збоку гарячої рідини:

$$q_l = \alpha_1 \pi d_1 (t_{p1} - t_{c1}) \qquad (3.59)$$

2) рівняння для теплового потоку, який шляхом теплопровідності переноситься через циліндричну стінку

$$q_l = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}} \qquad (3.60)$$

3) рівняння для процесу тепловіддачі збоку холодної рідини

$$q_l = \alpha_2 \pi d_2 (t_{c2} - t_{p2})\,. \qquad (3.61)$$

Оскільки процес теплопередачі стаціонарний, то тепловий потік для кожного з цих процесів постійна величина $q_l = idem$

Температурний напір

$$t_{p1} - t_{p2} = q_l \left(\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2} \right) \quad (3.62)$$

Лінійний опір теплопередачі

$$R_l = R_{\alpha 1,l} + R_{\lambda,l} + R_{\alpha 2,l} = \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2} \quad (3.63)$$

$R_{\alpha 1,l} = \dfrac{1}{\alpha_1 \pi d_1}$ – лінійний опір тепловіддачі збоку гарячої рідини.

$R_{\alpha 2,l} = \dfrac{1}{\alpha_2 \pi d_2}$ – лінійний опір тепловіддачі від стінки до холодної рідини.

$R_{\lambda,l} = \dfrac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln \dfrac{d_2}{d_1}$ – лінійний опір стінки.

Лінійний коефіцієнт теплопередачі – обернена величина до лінійного опору теплопередачі

$$k_l = \frac{1}{R_l} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2}} \quad (3.64)$$

Температурний напір

$$t_{p1} - t_{p2} = Q \left(\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1 L} + \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2 L} \right) \quad (3.65)$$

Повний опір теплопередачі

$$R = R_{\alpha 1} + R_{\lambda} + R_{\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1 L} + \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2 L} \quad (3.66)$$

$R_{\alpha 1} = \dfrac{1}{\alpha_1 \pi d_1 L}$ – повний термічний опір тепловіддачі збоку гарячої рідини.

$R_{\alpha 2} = \dfrac{1}{\alpha_2 \pi d_2 L}$ – повний термічний опір тепловіддачі від стінки до холодної рідини.

$R_{\lambda} = \dfrac{1}{2\pi\lambda L} \ln \dfrac{d_2}{d_1}$ – повний термічний опір стінки.

Тепловий потік $Q = k_l L (t_{p1} - t_{p2})$ (3.67)

Лінійна густина теплового потоку $q_l = k_l (t_{p1} - t_{p2})$ (3.68)

Величину значення температури на зовнішніх поверхнях стінки

$$t_{c1} = t_{p1} - q_l \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} \quad (3.69)$$

$$t_{c1} = t_{p2} + q_l \left(\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2} \right) \quad (3.70)$$

$$t_{c2} = t_{p1} - q_l \left(\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} \right) \quad (3.71)$$

$$t_{c2} = t_{p2} + q_l\left(\frac{1}{\alpha_2\pi d_2}\right) \tag{3.72}$$

Розглянемо задачу теплопровідності в циліндричній стінці при граничних умовах III-го роду за умови, що коефіцієнт теплопровідності залежить від температури $\lambda = \lambda(t)$

Якщо коефіцієнт теплопровідності лінійно залежить від температури $\lambda = \lambda_0(1+bt)$, то вводить в формули середньо-інтегральний коефіцієнт теплопровідності

$$\lambda_m = \lambda_0\left(1 + b\frac{t_{c1}+t_{c2}}{2}\right) \tag{3.73}$$

Температурний напір

$$t_{p1} - t_{p2} = q_l\left(\frac{1}{\alpha_1\pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_m}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2\pi d_2}\right) \tag{3.74}$$

$$t_{p1} - t_{p2} = Q\left(\frac{1}{\alpha_1\pi d_1 L} + \frac{1}{2\pi\lambda_m L}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2\pi d_2 L}\right) \tag{3.75}$$

Лінійний коефіцієнт теплопередачі

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1\pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_m}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2\pi d_2}} \tag{3.76}$$

Розглянемо далі багатошарову стінку, загальна кількість якої *n*.

Температурний напір

$$t_{p1} - t_{p2} = q_l\left(\frac{1}{\alpha_1\pi d_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2\pi d_2}\right) \tag{3.77}$$

Лінійний коефіцієнт теплопередачі

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1\pi d_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2\pi d_2}} \tag{3.78}$$

Температурний напір

$$t_{p1} - t_{p2} = Q\left(\frac{1}{\alpha_1\pi d_1 L} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\pi\lambda_i L}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2\pi d_2 L}\right) \tag{3.79}$$

Тепловий потік $Q = k_l L(t_{p1} - t_{p2})$ (3.81)

Лінійна густина теплового потоку $q_l = k_l(t_{p1} - t_{p2})$ (3.82)

Проміжне значення температури між n і n+1 можна обчислити за формулою

$$t_{c,n+1} = t_{p1} - q_l\left(\frac{1}{\alpha_1\pi d_1} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i}\right) \tag{3.83}$$

Температура на поверхні стінки визначається за формулою:

$$t_{c1} = t_{p1} - q_l\frac{1}{\alpha_1\pi d_1} \tag{3.84}$$

$$t_{c2} = t_{p2} + q_l \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2} \tag{3.85}$$

У випадку малої кривизни циліндричної стінки $d_2 / d_1 < 2$, для визначення переносу теплоти можна використати наближені формули плоскої стінки [4]:

$$\left\{ \begin{aligned} & Q = kF_{розр}(t_{p1} - t_{p2}), \\ & k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad \delta = \frac{d_2 - d_1}{2} \\ & F_{розр} = \pi d_{розр} l, \quad d_{розр} = \frac{d_2 + d_1}{2} \end{aligned} \right\} \tag{3.86}$$

Якщо α_1 і α_2 – величини одного порядку, то розрахунковий діаметр $d_{розр}$ дорівнює середньому арифметичному із d_2 і d_1. У випадку коли α_1 і α_2 мають різні порядки, розрахунковий діаметр відповідає діаметру стінки збоку меншого коефіцієнта тепловіддачі α .

3.6 Критичний діаметр теплової ізоляції

Тепловою ізоляцією називається покриття з теплоізоляційного матеріалу, що сприяє зниженню втрат теплоти до навколишнього середовища.

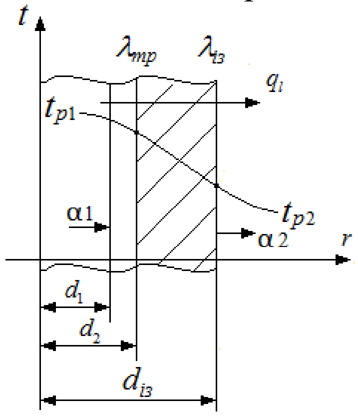

Рисунок 3.11 Зміна температури при теплопередачі по товщині однорідної циліндричної стінки покритою шаром ізоляції

Розглянемо випадок, коли циліндрична стінка покрита одношаровою тепловою ізоляцією (рис.3.11). Величини α_1, α_2, $\lambda_{тр}$, $\lambda_{із}$ вважаємо заданими. Простежимо, як буде змінюватися повний лінійний термічний опір теплопередачі R_l при зміні товщини ізоляції за рахунок зміни її діаметра $d_{із}$. Враховуючи, що $t_{p1} - t_{p2} = idem$ [5].

$$q_l = \frac{t_{p1} - t_{p2}}{R_l} \qquad (3.87)$$

Лінійний термічний опір для процесу теплопередачі

$$R_l = \underbrace{\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1}}_{const} + \underbrace{\frac{1}{2\pi\lambda_{тр}}\ln\frac{d_2}{d_1}}_{const} + \underbrace{\frac{1}{2\pi\lambda_{із}}\ln\frac{d_{із}}{d_2}}_{збільшується} + \underbrace{\frac{1}{\alpha_2 \pi d_{із}}}_{зменшують} \qquad (3.88)$$

При збільшенні зовнішнього діаметру ізоляції $d_{із}$ збільшується повний термічний опір стінки $R_{\lambda із}$ та одночасно зменшується повний термічний опір тепловіддачі від ізоляції до холодної рідини $R_{\alpha 2}$.

Візьмемо похідну від R_l по $d_{із}$ та прирівняємо її до нуля:

$$\frac{\partial R_l}{\partial (d_{із})} = \frac{1}{2\lambda_{із} d_{із}} - \frac{1}{\alpha_2 d_{із}^2} = 0 \qquad (3.89)$$

Знайдене з цього рівняння значення $d_{із}$, що відповідає екстремальній точці кривої $R_l = f(d_{із})$, називається ***критичним діаметром***

$$d_{із.кр} = \frac{2\lambda_{із}}{\alpha_2} \qquad (3.90)$$

Друга похідна від R_l у цій точці буде більша нуля

$$\left|\frac{\partial^2 R_l}{\partial (d_{із})^2}\right|_{d_{із}=d_{із.кр}} = \frac{\alpha_2^2}{8\cdot\pi\cdot\lambda_{із}^3} > 0 \qquad (3.91)$$

Отже, критичному діаметру ізоляції відповідає мінімальний термічний опір та максимальна лінійна густина теплового потоку.

Як випливає з (3.90) критичний діаметр можна розглядати як деяку характеристику даної ізоляції, яка залежить від коефіцієнта теплопровідності ізоляції, а також інтенсивності теплообміну на поверхні ізоляції. Від геометричних розмірів трубопроводу критичний діаметр не залежить.

Аналіз рівняння (3.88) показує, що зміна діаметра ізоляції $d_{із}$ у межах $d_2 < d_{із} < d_{із.кр}$ супроводжується зростанням теплових втрат за рахунок збільшення площі поверхні тепловіддачі ізоляції; при $d_{із} = d_{із.кр}$ ці втрати досягають максимуму, і тільки при $d_{із} > d_{із.кр}$ теплова ізоляція виправдовує своє призначення, тобто збільшення її зовнішнього діаметру призводить до зменшення теплових втрат.

Отже, для ефективного застосування ізоляції необхідно, щоб її критичний діаметр був менше зовнішнього діаметра трубопроводу d_2 або дорівнював йому, тобто $d_2 \geq d_{із.кр}$. Підставивши в цю нерівність вираз для $d_{із.кр}$ з (3.90), отримаємо умову використання теплової ізоляції

$$\lambda_{із} \leq \frac{\alpha_2 \cdot d_2}{2} \qquad (3.92)$$

Якщо ця умова не виконується, ізоляційний матеріал підібраний невірно.

3.7 Задачі і приклади розв’язку теплопровідності через циліндричну стінку

3.22. Одержати розрахункову формулу, яка визначає величину лінійної густини теплового потоку q_ℓ для стаціонарного одновимірного процесу теплопровідності в циліндричній стінці при $\lambda = \text{const}$, $q_v = 0$ і заданих граничних умовах першого роду (рис. 3.12) у випадку, коли тепловий потік направлений від зовнішньої до внутрішньої поверхні стінки. Знайти також рівняння температурного поля в стінці.

Відповідь. Розрахункова формула для лінійної густини теплового потоку, незалежно від напрямку перенесення теплоти через стінку, залишається однаковою. При цьому рівняння температурного поля має вигляд:

$$t = t_{c2} + \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}} \ln\frac{r}{r_1}.$$

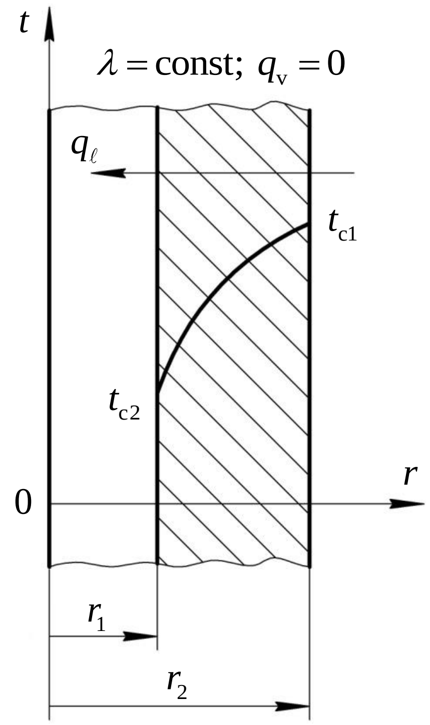

Рисунок 3.12 До задачі 3.22

3.23. Довести, що за умови $\lambda = \text{const}$ і $q_v = 0$ логарифмічна крива для стаціонарного розподілу температури в циліндричній стінці $t = f(r)$ є угнутою, якщо перенесення теплоти здійснюється у напрямку від внутрішньої до зовнішньої поверхні стінки, або опуклою при протилежному напрямку теплового потоку.

3.24. Циліндрична стінка з внутрішнім радіусом $r_1 = 60$ мм і зовнішнім $r_2 = 210$ мм має на поверхнях температури $t_{c1} = 400°C$ і $t_{c2} = 50°C$. Коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки $\lambda = 0{,}06$ Вт/(м $\cdot$ К).

Визначити лінійну густину теплового потоку q_ℓ, а також температури в стінці, які відповідають значенням поточного радіуса $r = 90$, 120, 150 і 180 мм у таких двох випадках: а) при $r = r_1$, $t = t_{c1}$ і при $r = r_2$, $t = t_{c2}$; б) при $r = r_1$, $t = t_{c2}$ і при $r = r_2$, $t = t_{c1}$. Побудувати графік розподілу температур в стінці.

Відповідь. $q_\ell = 105{,}3$ Вт/м.

3.25. Паропровід зовнішнім діаметром $d_2 = 150$ мм при температурі поверхні труби $t_{c2} = 200°C$ покритий шаром ізоляції [$\delta_{iз} = 70$ мм; $\lambda_2 = 0{,}06(1 + 3 \cdot 10^{-3} t)$ Вт/(м $\cdot$ К)]. Температура зовнішньої поверхні ізоляції $30°C$.

Знайти втрати теплоти через ізоляцію, якщо довжина паропроводу 20 м.

Розрахунок виконати за точними формулами і наближеними (які справедливі для процесу теплопровідності крізь плоску стінку) і порівняти знайдені результати.

Відповідь. $Q = 2614$ Вт – за точними формулами; $Q = 2708$ Вт – за наближеними формулами.

3.26. Одержати вираз для відносної похибки визначення теплового потоку через циліндричну стінку з допомогою формули для плоскої стінки, а також обчислити величину похибки при відношенні діаметрів $d_2 / d_1 = 1{,}6$ і 2.

Відповідь. $\delta Q / Q = \dfrac{1}{2} \ln(d_2 / d_1) \cdot \dfrac{d_2 / d_1 + 1}{d_2 / d_1 - 1} - 1.$

3.27. Трубопровід зовнішнім діаметром $d_2 = 160$ мм покритий двома шарами ізоляції. Для першого шару $\delta_1 = 40$ мм і $\lambda_1 = 0{,}05$ Вт/(м $\cdot$ К); для другого шару $\delta_2 = 50$ мм і $\lambda_2 = 0{,}08$ Вт/(м $\cdot$ К). Температура поверхні труби $t_{c2} = 320°C$ і зовнішньої поверхні ізоляції $t_{c4} = 50°C$.

Визначити лінійну густину теплового потоку q_ℓ, проміжну температуру на межі шарів t_{c3}, а також температури в тілі окремих шарів ізоляції при значеннях поточного радіуса $r = 100$ і $r = 150$ мм. Показати на рисунку і пояснити характер розподілу температури в багатошаровій циліндричній стінці.

Відповідь. $q_\ell = 135$ Вт/м; $t_{c3} = 144{,}4°C$; при $r = 0{,}1$ м, $t = 223{,}4°C$; при $r = 0{,}15$ м, $t = 84°C$.

3.28. За умов задачі 3.27 обчислити еквівалентний коефіцієнт теплопровідності ізоляції *і*, використавши його значення, знайти лінійну густину теплового потоку через двошарову ізоляцію.

Показати на рисунку і порівняти процеси теплопровідності в двошаровій і еквівалентній стінках.

Відповідь. $\lambda_{екв} = 0{,}0605$ Вт/(м $\cdot$ К).

3.29. Циліндрична стінка достатньо великої довжини з коефіцієнтом теплопровідності, що визначається лінійним законом $\lambda = \lambda_0(1+bt)$, має радіуси внутрішньої поверхні r_1 і зовнішньої r_2. На цих поверхнях підтримуються сталі температури відповідно t_{c1} і t_{c2}.

Використовуючи безпосередньо закон Фур'є, одержати формулу для розрахунку лінійної густини теплового потоку q_ℓ, а також знайти аналітичний вираз $t = f(r)$ для розподілу температури в стінці.

Відповідь. $t = \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_{c1}\right)^2 - \frac{q_\ell}{\pi\lambda_0 b}\ln\frac{r}{r_1}} - \frac{1}{b}$.

3.30. Стальний циліндричний кожух випарника холодильної установки, в якому відбувається процес кипіння рідкого аміаку під абсолютним тиском $p = 1{,}9 \cdot 10^5$ Па, необхідно покрити шаром теплової ізоляції [шерстяна повсть, $\lambda_{із} = 0{,}05$ Вт/(м·К)]. Зовнішній діаметр кожуха і товщина його стінки відповідно: $d_2 = 516$ мм і $\delta_к = 8$ мм. Коефіцієнт теплопровідності сталі $\lambda_к = 48$ Вт/(м·К).

Визначити мінімальну товщину шару повсті, яка при $q_\ell = 39{,}5$ Вт/м виключатиме випадіння вологи на її зовнішній поверхні, якщо температура повітря в приміщенні 20°С, а його відносна вологість $\varphi = 0{,}7$. Температуру на внутрішній поверхні кожуха t_{c3} можна вважати рівною температурі киплячого аміаку.

Відповідь. $\delta_{із} = 80$ мм.

3.31. Залізобетонна димова труба внутрішнім діаметром $d_2 = 800$ мм і зовнішнім $d_3 = 1300$ мм футерована з середини вогнетривом з шамотної цегли, коефіцієнт теплопровідності якої залежить від температури по закону $\lambda_1 = 0{,}84(1 + 7{,}14 \cdot 10^{-4} t)$ Вт/(м·К). Температура внутрішньої поверхні футеровки $t_{c1} = 300$°С. Товщина футеровки $\delta_1 = 125$ мм. Коефіцієнт теплопровідності бетону $\lambda_2 = 1{,}1$ Вт/(м·К).

Визначити коефіцієнт тепловіддачі від зовнішньої поверхні димової труби до оточуючого повітря при його температурі $t_{p2} = 25$°С за умови, що густина теплового потоку на цій поверхні труби не перевищує 410 Вт/м^2.

Відповідь. $\alpha = 7{,}25$ Вт/(м^2·К).

3.32. Трубопровід зовнішнім діаметром $d_2 = 89$ мм покритий двома шарами ізоляції однакової товщини $\delta_1 = \delta_2 = 40$ мм. Коефіцієнти теплопровідності окремих шарів ізоляції: $\lambda_1 = 0{,}05$ і $\lambda_2 = 0{,}1$ Вт/(м·К). Температури зовнішніх поверхонь труби $t_{c2} = 200$°С і ізоляції $t_{c4} = 50$°С.

Визначити теплові втрати через ізоляцію при різній послідовності розташування на поверхні трубопроводу шарів ізоляційних матеріалів. Якою повинна бути послідовність розташування шарів ізоляції з метою максимально можливого зменшення теплових втрат?

Виконати такі ж розрахунки для труби з діаметром $d_2 = 140$ мм. Порівняти результати розрахунків перенесення теплоти через ізоляцію на трубопроводах з різними зовнішніми діаметрами.

Відповідь. 1. Шар ізоляції з меншим коефіцієнтом теплопровідності слід розташовувати безпосередньо на поверхні трубопроводу.

2. Раціональний вибір розташування шарів ізоляції на трубопроводах зменшує теплові витрати відповідно на 15,2 і 11,7%.

3.33. По циліндричному бетонному каналу діаметром $d_1 / d_2 = = 500 / 900$ мм [$\lambda = 1{,}1$ Вт/(м·К)] рухається газ, середня температура якого $t_{р1} = 425°С$. Визначити лінійну густину теплового потоку крізь стінку каналу, а також температури на його поверхнях при $t_{р2} = 25°С$, якщо $\alpha_1 = 45$ і $\alpha_2 = 15$ Вт/(м^2·К).

Відповідь. $q_\ell = 3260$ Вт/м; $t_{c1} = 379$ °С; $t_{c2} = 102$ °С.

3.34. Опалювальний прилад виготовлено з трьох паралельно з'єднаних стальних труб [$d_2 \times \delta = 57 \times 3{,}5$ мм; $\lambda = 51{,}4$ Вт/(м·К)] довжиною 2,5 м кожна. Всередині труб рухається вода при температурі $t_{р1} = 80°С$. Температура повітря в приміщенні $t_{р2} = 20°С$. Коефіцієнти тепловіддачі зі сторони гарячого і холодного теплоносіїв 3800 і 8 Вт/(м^2·К) відповідно. Визначити величину теплового потоку від опалювального приладу до оточуючого повітря.

Розрахунок виконати в таких варіантах:

1) За формулами для циліндричної стінки;

2) За формулами для плоскої стінки.

Відповідь. 1) $Q = 642{,}6$ Вт; 2) $Q = 643$ Вт.

3.35. Стальний газопровід діаметром 102×10 мм [$\lambda_1 = 48$ Вт/(м·К)] має двошарову ізоляцію. Товщина першого шару 30 мм, коефіцієнт теплопровідності $\lambda_2 = 0{,}04$ Вт/(м·К); товщина другого шару 40 мм, коефіцієнт теплопровідності $\lambda_3 = 0{,}052$ Вт/(м·К). Середня температура газу в газопроводі 350°С. Зовні газопровід омивається повітрям при температурі 30°С. Коефіцієнт тепловіддачі на внутрішній поверхні труби $\alpha_1 = 75$ Вт/(м^2·К), а на зовнішній поверхні ізоляції $\alpha_2 = 8{,}5$ Вт/(м^2·К).

Визначити лінійний коефіцієнт теплопередачі k_ℓ, коефіцієнт теплопередачі k_1, розрахований на одиницю площі внутрішньої поверхні труби, а також температуру стальної стінки t_{c1} і температури поверхонь ізоляції t_{c3} і t_{c4}.

Відповідь. $k_\ell = 0{,}305$ Вт/(м·К); $k_1 = 1{,}184$ Вт/(м^2·К); $t_{c1} = 344{,}9°С$; $t_{c3} = 165{,}1°С$; $t_{c4} = 45{,}1°С$.

3.36. У пароводяному трубчатому підігрівнику вода, масова витрата якої складає $m_2 = 55{,}6$ кг/с, рухається всередині латунних трубок [$\lambda = 104{,}5$ Вт/(м·К)] діаметром $d_2 / d_1 = 16 / 14$ мм. Середня температура нагріваної води $t_{р2} = 57{,}2°С$, при нагріванні в теплообміннику температура води збільшується на

$\Delta t_{р2} = 55°C$. Грійним теплоносієм слугує суха насичена водяна пара при тиску $p = 143$ кПа, яка конденсується на зовнішній поверхні трубок. Коефіцієнт тепловіддачі від пари до стінки $\alpha_1 = 6470$ Вт/(м$^2 \cdot$ К) і від стінки до води $\alpha_2 = 7950$ Вт/(м$^2 \cdot$ К).

Обчислити коефіцієнт теплопередачі і визначити площу теплообмінної поверхні підігрівника. Розрахунок виконати за формулами для циліндричної і плоскої стінки і порівняти знайдені результати.

Відповідь. $k_\ell = 160{,}8$ Вт/(м $\cdot$ К), $F = 70{,}9$ м^2; $k = 3441$ Вт/(м$^2 \cdot$ К), $F = 70{,}3$ м^2. Одержані результати розв'язку задачі показують, що розрахунок процесу теплопередачі в тонкостінних трубчатих теплообмінниках доцільно здійснювати за формулами для плоскої стінки.

3.37. Для зменшення теплових втрат в оточуюче середовище необхідно покрити тепловою ізоляцією трубку зовнішнім діаметром $d_2 = 25$ мм. Чи доцільно для цього використати пінобетон з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_{із} = 0{,}32$ Вт/(м $\cdot$ К), якщо коефіцієнт тепловіддачі від поверхні ізоляції до оточуючого середовища $\alpha_2 = 8$ Вт/(м$^2 \cdot$ К)?

Яким повинен бути коефіцієнт теплопровідності ізоляції, щоб при любій її товщині теплові втрати були меншими у порівнянні з оголеною трубкою?

Відповідь. 1. Використання пінобетону є недоцільним.

2. Матеріал теплової ізоляції повинен мати коефіцієнт теплопровідності $\lambda_{із} \le 0{,}1$ Вт/(м $\cdot$ К).

3.38. Розглядається процес теплопередачі (рис. 3.13) через трубку з одношаровою ізоляцією з різних матеріалів. Діаметр трубки $d_2 / d_1 = 40/37$ мм, коефіцієнт теплопровідності $\lambda_{тр} = 15$ Вт/(м $\cdot$ К). Температури теплоносіїв $t_{р1} = 170°C$ і $t_{р2} = 20°C$. Коефіцієнти тепловіддачі становлять $\alpha_1 = 2500$ і $\alpha_2 = 5$ Вт/(м$^2 \cdot$ К).

На основі розрахунків побудувати графік залежності теплових втрат q_ℓ від діаметра ізоляції при значеннях її коефіцієнта теплопровідності $\lambda_{\text{із}} = 0,2;\ 0,1$ і $0,05$ Вт/(м·К). Побудувати такий же графік для лінійного термічного опору теплопередачі і його складових у випадку, коли теплова ізоляція є неефективною.

Проаналізувати одержані результати.

Розв'язання. Враховуючи умову задачі, теплові втрати q_ℓ крізь циліндричну стінку доцільно визначати за співвідношенням

$$q_\ell = \frac{t_{\text{р1}} - t_{\text{р2}}}{R_\ell}, \qquad \text{(а)}$$

де R_ℓ – лінійний термічний опір теплопередачі.

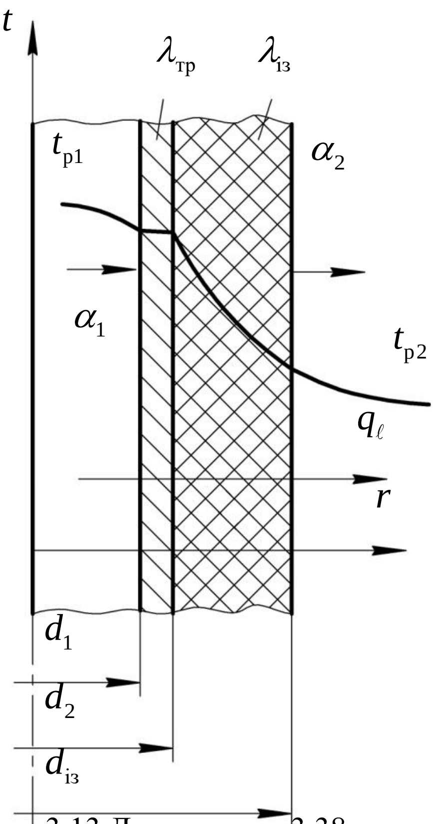

Рисунок 3.13 До прикладу 3.38

Для неізольованої стінки складовими опору теплопередачі R_ℓ є лінійний опір тепловіддачі від гарячої рідини до стінки

$$R_{\ell.\alpha 1} = \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1}, \qquad \text{(б)}$$

лінійний опір стінки труби

$$R_{\ell.\text{ст}} = \frac{1}{2\pi\lambda_{\text{тр}}} \ln\frac{d_2}{d_1} \qquad \text{(в)}$$

і лінійний опір тепловіддачі від стінки до холодної рідини

$$R_{\ell.\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2}. \qquad \text{(г)}$$

Підставляючи відомі величини, дістаємо

$$R_{\ell.\alpha 1} + R_{\ell.\text{ст}} = \frac{1}{2500 \cdot \pi \cdot 0,037} + \frac{1}{2\pi \cdot 15} \ln\frac{0,04}{0,037} = 0,004 \text{ К/Вт/м},$$

$$R_{\ell.\alpha 2} = \frac{1}{5\pi \cdot 0,04} = 1,592 \text{ К/Вт/м},$$

$$R_\ell = 0,004 + 1,592 = 1,596 \text{ К/Вт/м}.$$

Тоді для неізольованої трубки у відповідності з співвідношенням (а)

$$q_\ell = \frac{170 - 20}{1,596} = 94 \text{ Вт/м}.$$

Розглядаючи процес теплопередачі через ізольовану трубку, визначимо критичний діаметр ізоляції, який відповідає заданим значенням коефіцієнта теплопровідності $\lambda_{\text{із}}$:

при $\lambda_{\text{із}} = 0,2$ Вт/(м·К):

$$d_{\text{кр.із}} = \frac{2\lambda_{\text{із}}}{\alpha_2} = \frac{2 \cdot 0,2}{5} = 0,08 \text{ м};$$

при $\lambda_{\text{із}} = 0,1$ Вт/(м·К):

$$d_{\text{кр.із}} = \frac{2 \cdot 0,1}{5} = 0,04 \text{ м};$$

при $\lambda_{\text{із}} = 0,05$ Вт/(м·К):

$$d_{\text{кр.із}} = \frac{2 \cdot 0,05}{5} = 0,02 \text{ м}.$$

Отже, як випливає з порівняння зовнішнього діаметра трубки з критичним діаметром ізоляції, в залежності від співвідношення між цими діаметрами маємо такі три випадки: 1) $d_2 < d_{\text{кр.із}}$; 2) $d_2 = d_{\text{кр.із}}$ і 3) $d_2 > d_{\text{кр.із}}$.

Для кожного з цих випадків при різних значеннях діаметра ізоляції обчислимо величину термічного опору R_ℓ. При цьому, у порівнянні з оголеною трубкою, необхідно додатково врахувати лінійний термічний опір шару ізоляції

$$R_{\ell.\text{із}} = \frac{1}{2\pi\lambda_{\text{із}}} \ln\frac{d_{\text{із}}}{d_2}, \qquad \text{(д)}$$

а також те, що за наявності ізоляції термічний опір тепловіддачі

$$R_{\ell.\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_2 \pi d_{\text{із}}}. \qquad \text{(е)}$$

Наприклад, у першому випадку ($d_2 < d_{\text{кр.із}}$ і $\lambda_{\text{із}} = 0,2$ Вт/(м·К)), враховуючи незалежність термічних опорів $R_{\ell.\alpha 1}$ і $R_{\ell.\text{ст}}$ від діаметра ізоляції, при $d_{\text{із}} = 50$ мм дістаємо:

$$R_{\ell.\alpha 1} + R_{\ell.\text{ст}} = 0,004 \text{ К/Вт/м},$$

$$R_{\ell.\text{із}} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,2} \ln\frac{0,05}{0,04} = 0,178 \text{ К/Вт/м},$$

$$R_{\ell.\alpha 2} = \frac{1}{5\pi 0,05} = 1,273 \text{ К/Вт/м},$$

$$R_\ell = R_{\ell.\alpha 1} + R_{\ell.\text{ст}} + R_{\ell.\text{із}} + R_{\ell.\alpha 2} = 0,004 + 0,178 + 1,273 = 1,455 \text{ К/Вт/м}.$$

Одержаному значенню термічного опору теплопередачі відповідає лінійна густина теплового потоку

$$q_\ell = \frac{t_{\text{р}1} - t_{\text{р}2}}{R_\ell} = \frac{170 - 20}{1,455} = 103,1 \text{ Вт/м}.$$

Повні результати розрахунків термічних опорів і теплових витрат q_ℓ представлені нижче, а також на графіках рис. 3.14.

$d_2 < d_{\text{кр.із}}$, $\lambda_{\text{із}} = 0{,}2$ Вт/(м·К)					
$d_{\text{із}}$, мм	$R_{\ell.\alpha 1} + R_{\ell.\text{ст}}$, $\frac{°\text{C}}{\text{Вт/м}}$	$R_{\ell.\text{із}}$, $\frac{°\text{C}}{\text{Вт/м}}$	$R_{\ell.\alpha 2}$, $\frac{°\text{C}}{\text{Вт/м}}$	R_ℓ, $\frac{°\text{C}}{\text{Вт/м}}$	q_ℓ, Вт/м
1	2	3	4	5	6
$\delta_{\text{із}} = 0$	0,004	0	1,592	1,596	94,0
50	0,004	0,178	1,273	1,455	103,1
60	0,004	0,323	1,061	1,388	108,1
70	0,004	0,445	0,909	1,358	110,5
80	0,004	0,552	0,796	1,352	110,9
100	0,004	0,729	0,637	1,370	109,5
120	0,004	0,874	0,531	1,409	106,5
140	0,004	0,997	0,455	1,456	103,0
160	0,004	1,103	0,398	1,505	99,7
180	0,004	1,197	0,354	1,555	96,5
200	0,004	1,281	0,318	1,603	93,6
240	0,004	1,426	0,262	1,692	88,7
$d_2 = d_{\text{кр.із}}$, $\lambda_{\text{із}} = 0{,}1$ Вт/(м·К)					
$\delta_{\text{із}} = 0$	0,004	0	1,592	1,596	94,0
50	0,004	0,355	1,273	1,632	91,9
60	0,004	0,645	1,061	1,710	87,7
$d_2 = d_{\text{кр.із}}$, $\lambda_{\text{із}} = 0{,}1$ Вт/(м·К)					
70	0,004	0,891	0,909	1,804	83,1
80	0,004	1,103	0,796	1,903	78,8
100	0,004	1,458	0,637	2,099	71,5
120	0,004	1,748	0,531	2,283	65,7
140	0,004	1,994	0,455	2,453	61,1
160	0,004	2,206	0,398	2,608	57,5
180	0,004	2,394	0,354	2,752	54,5
200	0,004	2,562	0,318	2,884	52,0
$d_2 > d_{\text{кр.із}}$, $\lambda_{\text{із}} = 0{,}05$ Вт/(м·К)					
1	2	3	4	5	6
$\delta_{\text{із}} = 0$	0,004	0	1,592	1,596	94,0
50	0,004	0,710	1,273	1,987	75,5
60	0,004	1,291	1,061	2,356	63,7
70	0,004	1,781	0,909	2,694	55,7
80	0,004	2,206	0,796	3,006	49,9

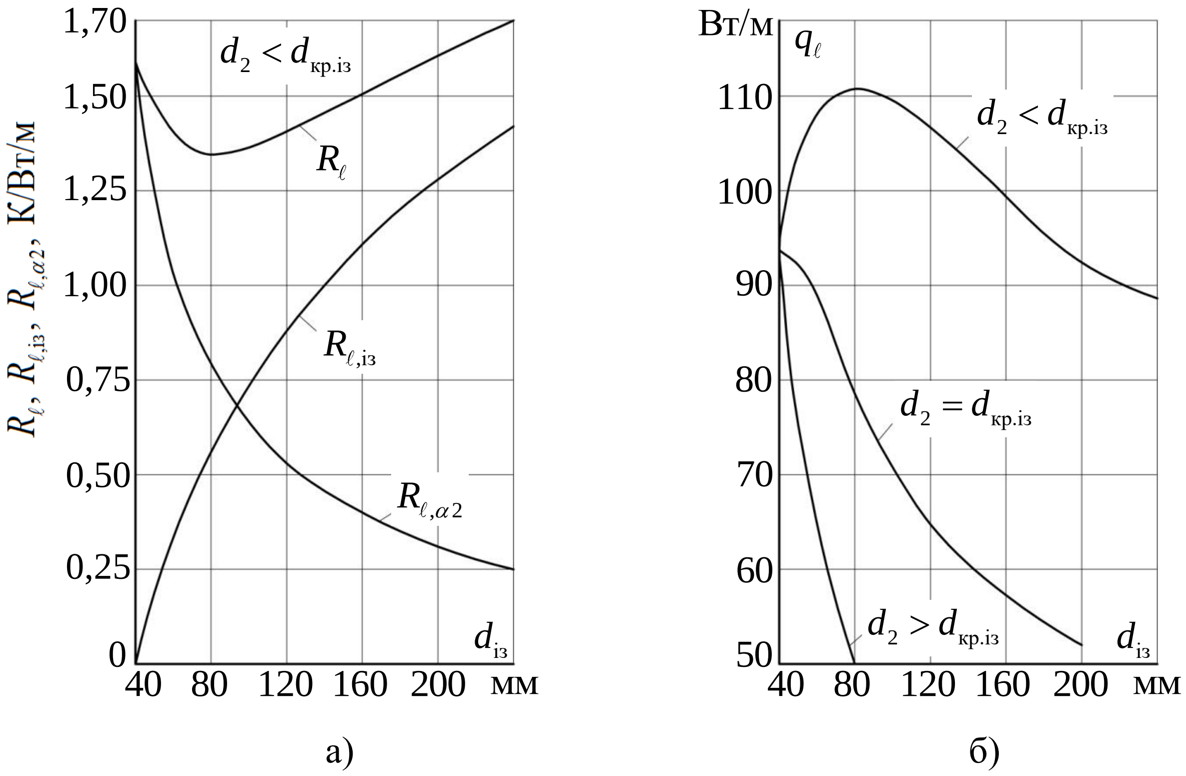

Рисунок 3.14 До прикладу 3.38

Виконані вище розрахунки показують, що незалежно від співвідношення між діаметрами d_2 і $d_{\text{кр.із}}$, із збільшенням $d_{\text{із}}$ зростає термічний опір шару ізоляції $R_{\ell.\text{із}}$, але одночасно зменшується опір тепловіддачі $R_{\ell.\alpha 2}$. З іншого боку, в залежності від співвідношення між цими діаметрами змінюється характер функції $R_\ell = f(d_{\text{із}})$ для опору теплопередачі.

Якщо $d_2 < d_{\text{кр.із}}$, то крива $R_\ell = f(d_{\text{із}})$ при $d_{\text{із}} = d_{\text{кр.із}}$ має явно виражений мінімум (див. рис. 3.14, а). При цьому із збільшенням діаметра ізоляції в інтервалі між d_2 і $d_{\text{кр.із}}$ опір теплопередачі спадає, що зумовлено більшою інтенсивністю зменшення опору тепловіддачі порівняно із зростанням опору ізоляції. Після проходження мінімуму визначальною стає більша інтенсивність зростання опору ізоляції порівняно із зменшенням опору $R_{\ell.\alpha 2}$, що обумовлює збільшення опору теплопередачі.

Отже, якщо $d_2 < d_{\text{кр.із}}$, то як випливає із співвідношення (а), по мірі збільшення діаметра ізоляції до значення $d_{\text{кр.із}}$ теплові втрати будуть зростати і перевищуватимуть теплові втрати оголеної трубки (див. рис. 3.14, б), досягаючи свого максимуму при $d_{\text{кр.із}}$. При подальшому збільшенні діаметра ізоляції, коли $d_{\text{із}} > d_{\text{кр.із}}$, теплові втрати зменшуються і тільки при $d_{\text{із}} = d_{\text{із}}^*$ знову стають такими ж, як і для оголеної трубки.

Якщо $d_2 \geq d_{\text{кр.із}}$, то опір теплопередачі для ізольованої трубки (див. таблицю розрахунків) при різних значеннях діаметра ізоляції перевищує такий же опір для оголеної трубки. Тому нанесення на поверхню трубки шару ізоляції любої товщини буде ефективним і викликатиме зменшення теплових втрат.

3.39. Стальна трубка ($\lambda_{\text{ст}} = 48$ Вт/(м·К)) діаметром 76×5 мм покрита шаром асфальтової ізоляції, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_{\text{асф}} = 0,6$ Вт/(м·К). Визначити максимально можливу втрату тепла, віднесену до одного лінійного метра труби, якщо по трубі рухається вода [$t_{\text{р1}} = 150$°C, $\alpha_1 = 2150$ Вт/(м^2·К)], а зовні труба омивається повітрям [$t_{\text{р2}} = 10$°C, $\alpha_2 = 10$ Вт/(м^2·К)].

Відповідь. $q_{\ell,\text{макс}} = 359,8$ Вт/м.

3.40. За умови попередньої задачі знайти діаметр ізоляції $d^*_{\text{із}}$, при якому теплові втрати q_ℓ знову стануть такими ж, як і для оголеної труби. Виконати перевірку результатів розрахунку.

Примітка. Попередньо показати, що діаметр $d^*_{\text{із}}$ можна знайти з рівняння

$$1 - \left(\frac{d^*_{\text{із}}}{d_2}\right)^{-1} = \frac{d_2}{d_{\text{кр.із}}} \ln \frac{d^*_{\text{із}}}{d_2}.$$

Відповідь. $d^*_{\text{із}} = 205$ мм.

3.41. По паропроводу діаметром $d_2 / d_1 = 121/110$ мм завдовжки 15 м рухається суха насичена водяна пара, абсолютний тиск якої $p = 23,2 \cdot 10^5$ Па. На паропровід нанесено шар теплової ізоляції завтовшки 70 мм з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_{\text{із}} = 0,06$ Вт/(м·К), коефіцієнт теплопровідності сталі $\lambda_{\text{ст}} = 52$ Вт/(м·К). Коефіцієнт тепловіддачі від пари до стінки $\alpha_1 = 450$ Вт/(м^2·К), від поверхні ізоляції до оточуючого повітря $\alpha_2 = 6$ Вт/(м^2·К).

Визначити втрати теплоти з оголеного паропроводу і з паропроводу, покритого ізоляцією, якщо температура оточуючого повітря $t_{\text{р2}} = 25$°C.

Пояснити результати розрахунків.

Відповідь. $Q_{\text{ог}} = 6570$ Вт; $Q = 1302$ Вт.

3.42. Якою має бути товщина ізоляційного шару на поверхні паропроводу (див. задачу 3.41), щоб після заміни матеріалу ізоляції величина теплових втрат крізь стінку паропроводу залишилася незмінною? Коефіцієнт теплопровідності нової ізоляції $\lambda_{\text{із}} = 0,08$ Вт/(м·К).

Виконати перевірку результатів розрахунку.

Відповідь. $\delta_{\text{із2}} = 112$ мм.

3.43. Визначити максимальну силу струму для мідного проводу діаметром $d_{\text{пр}} = 3$ мм покритого електричною ізоляцією з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_{\text{із}} = 0,156$ Вт/(м·К), якщо максимальна допустима температура ізоляції $t_{\text{с1}} = 85$°C. Провід охолоджується потоком повітря при температурі $t_{\text{р}} = 25$°C.

Коефіцієнт тепловіддачі від зовнішньої поверхні ізоляції до повітря $\alpha_2 = 12$ Вт/(м$^2 \cdot$ К). Питомий електричний опір міді $\rho_{ел} = 0{,}018$ Ом $\cdot$ мм^2/м.

Обчислити також температуру на поверхні ізоляції.

Відповідь. $I_{макс} = 85{,}5$ А; $t_{c2} = 44$°С.

3.44. За умов задачі 2.43 визначити, який струм можна пропустити через оголений провід при незмінній температурі проводу $t_{c1} = 85$°С, якщо коефіцієнт тепловіддачі від проводу до повітря $\alpha_1 = 20$ Вт/(м$^2 \cdot$ К).

Відповідь. $I_{ог} = 66{,}6$ А.

3.45. Мідний електропровід ($R_{\ell.ел} = 5{,}73 \cdot 10^{-3}$ Ом/м) діаметром $d_{пр} = 2$ мм, по якому пропускають струм $I_{ог} = 28$ А, охолоджується повітрям, температура якого $t_р = 20$°С. Коефіцієнт тепловіддачі від проводу до повітря $\alpha_1 = 16$ Вт/(м$^2 \cdot$ К).

Якою повинна бути сила струму в ізольованому проводі [$\delta_{із} = 2$ мм; $\lambda_{із} = 0{,}15$ Вт/(м $\cdot$ К)], щоб температура поверхні ізольованого і оголеного проводу була однаковою, якщо коефіцієнт тепловіддачі від шару ізоляції до повітря $\alpha_2 = 8$ Вт/(м$^2 \cdot$ К)?

Відповідь. $I = 31{,}6$ А.

3.46. По алюмінієвому електропроводу діаметром $d_{пр} = 2{,}5$ мм ($R_{\ell.ел} = 5{,}3 \cdot 10^{-3}$ Ом/м) пропускають струм $I = 30$ А. Визначити температуру t_{c1} поверхні оголеного проводу, а також ізольованого [$\lambda_{із} = 0{,}09$ Вт/(м $\cdot$ К)] при таких значеннях діаметра ізоляції: $d_{із} = 3$, 4, 5, 10, 15, 18, 20 і 25 мм, якщо коефіцієнт тепловіддачі $\alpha = 10$ Вт/(м$^2 \cdot$ К) і температура оточуючого повітря $t_р = 18$°С у обох випадках однакові.

Побудувати графік залежності лінійного опору теплообміну від проводу до оточуючого повітря $R_\ell = f_1(d_{із})$ та графік $t_{c1} = f_2(d_{із})$. Пояснити результати розрахунків.

Відповідь. Температура поверхні оголеного проводу $t_{c1} = 78{,}7$°С і перевищує температуру ізольованого проводу. Це пояснюється тим, що при застосуванні ізоляції, для якої $d_{кр.із} > d_{пр}$, із збільшенням $d_{із}$ в інтервалі значень від $d_{пр}$ до $d_{кр.із}$ зменшується опір теплообміну R_ℓ між проводом і оточуючим повітрям. Внаслідок цього стає більш інтенсивним відведення теплоти з його поверхні, що сприяє зменшенню температури проводу.

3.8 Теплопровідність в кульовій стінці при граничних умовах I–го роду за відсутності внутрішніх джерел теплоти

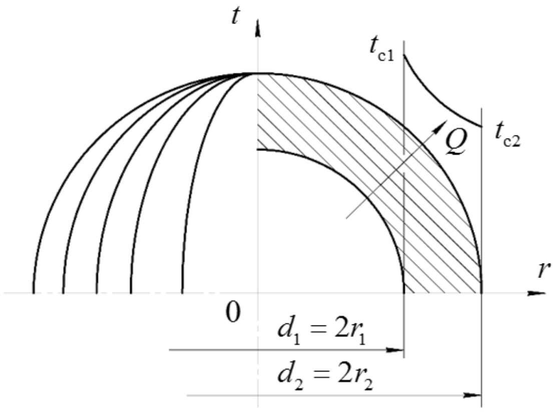

Рисунок 3.15 Зміна температури по товщині однорідної кульової стінки

Розглядається полий шар з внутрішнім радіус якої r_1 , а зовнішній r_2. Коефіцієнт теплопровідності постійна величина λ=const. Відсутні внутрішні джерела енергії $q_v = 0$. Завдяки рівномірному теплопідводу на зовнішніх поверхнях стінки підтримуються незмінними в часі і по поверхні температури стінки t_{c1} (внутрішня стінка) і t_{c2} (зовнішня стінка), $t_{c1} > t_{c2}$.

Необхідно вирішити задачу теплопровідності. Знайти температурне поле в сферичній стінці та тепловий потік, що передається через стінку.

Температура в сферичній стінці при λ=const змінюється за гіперболічним *законом*.

Рівняння температурного поля в стінці $t = t_{c1} - \dfrac{t_{c1} - t_{c2}}{\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}} \left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r} \right)$ (3.93)

Тепловий потік $Q = \dfrac{(t_{c1} - t_{c2})}{\dfrac{1}{4\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2} \right)} = \dfrac{(t_{c1} - t_{c2})}{\dfrac{1}{2\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{d_2} \right)}$ (3.94)

Повний термічний опір стінки $R_\lambda = \dfrac{1}{2\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{d_2} \right)$ (3.95)

3.9 Теплопровідність в кульовій стінці при граничних умовах III–го роду за відсутності внутрішніх джерел теплоти

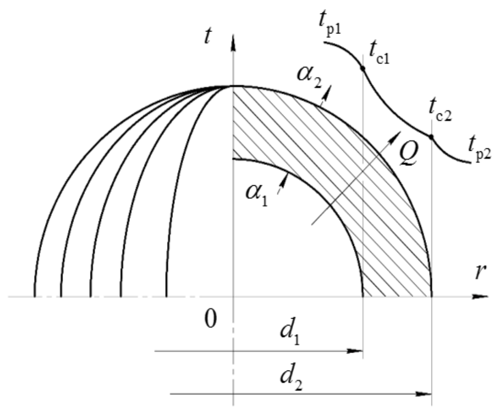

Рисунок 3.16 Зміна температури по товщині однорідної кульової стінки

Розглядається полий шар з внутрішнім радіус якої r_1 , а зовнішній r_2. Коефіцієнт теплопровідності постійна величина λ=const. Відсутні внутрішні джерела енергії $q_v = 0$. Відомі температури гарячої та холодної рідини t_{p1}, t_{p2}, а також коефіцієнти тепловіддачі: α_1 - коефіцієнт тепловіддачі зі сторони гарячої рідини; α_2 - коефіцієнт тепловіддачі зі сторони холодної рідини.

Знайти температурне поле в стінці та тепловий потік, що передається від гарячої до холодної рідини.

Процес теплопередачі складається з таких трьох процесів:

1) рівняння тепловіддачі збоку гарячої рідини:

$$Q=\alpha_1\pi d_1^2(t_{p1}-t_{c1}) \tag{3.96}$$

2) рівняння для теплового потоку, який шляхом теплопровідності переноситься через сферичну стінку

$$Q=\frac{(t_{c1}-t_{c2})}{\frac{1}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)} \tag{3.97}$$

3) рівняння для процесу тепловіддачі від стінки до холодної рідини

$$Q=\alpha_2\pi d_2^2(t_{c2}-t_{p2}) \tag{3.98}$$

Оскільки процес теплопередачі стаціонарний, то тепловий потік для кожного з цих процесів постійна величина $Q=idem$

Температурний напір

$$t_{p1}-t_{p2}=Q\left[\frac{1}{\alpha_1\pi d_1^2}+\frac{1}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)+\frac{1}{\alpha_2\pi d_2^2}\right] \tag{3.99}$$

Повний опір теплопередачі

$$R_k=R_{\alpha1}+R_\lambda+R_{\alpha2}=\frac{1}{\alpha_1\pi d_1^2}+\frac{1}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)+\frac{1}{\alpha_2\pi d_2^2} \tag{3.100}$$

$R_{\alpha1}=\dfrac{1}{\alpha_1\pi d_1^2}$ - повний термічний опір тепловіддачі збоку гарячої рідини.

$R_{\alpha2}=\dfrac{1}{\alpha_2\pi d_2^2}$ - повний термічний опір тепловіддачі від стінки до холодної рідини.

$R_\lambda=\dfrac{1}{2\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{d_1}-\dfrac{1}{d_2}\right)$- повний термічний опір стінки.

Коефіцієнт теплопередачі

$$k_k=\frac{1}{R_k}=\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1\pi d_1^2}+\frac{1}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)+\frac{1}{\alpha_2\pi d_2^2}},\quad\left[\frac{Вт}{К}\right] \tag{3.101}$$

Тепловий потік $Q=k_k(t_{p1}-t_{p2})$ (3.102)

Величину значення температури на зовнішніх поверхнях стінки:

$$t_{c1}=t_{p1}-Q\frac{1}{\alpha_1\pi d_1^2}\qquad t_{c1}=t_{p2}+Q\cdot\left[\frac{1}{2\pi\lambda}\cdot\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)+\frac{1}{\alpha_2\pi d_2^2}\right]$$

$$t_{c2}=t_{p2}+Q\cdot\left(\frac{1}{\alpha_2\pi d_2^2}\right)\quad t_{c2}=t_{p1}-Q\left(\frac{1}{\alpha_1\pi d_1^2}+\frac{1}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)\right) \tag{3.103}$$

3.10 Задачі теплопровідності через кульову стінку

3.47. На порожнисту кулю (рис. 2.8) зовнішнім діаметром $d_2 = 1,2$ м нанесено шар ізоляції завтовшки 0,12 м [$\lambda_{\text{із}} = 0,06$ Вт/(м·К)]. Температура поверхні кулі $t_{\text{с}2} = 200°\text{C}$, а зовнішньої поверхні ізоляції $t_{\text{с}3} = 45°\text{C}$.

Визначити теплові втрати крізь шар ізоляції, а також температуру ізоляції при поточних значеннях $d_{\text{із}} = 1,28$ і 1,36 м.

Відповідь. $Q = 420,7$ Вт.

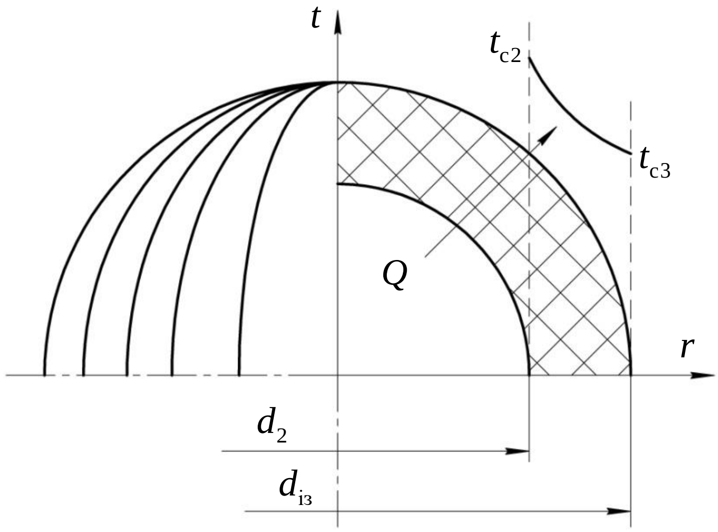

Рисунок 3.17 До задачі 3.47

3.48. Визначити теплові втрати крізь двошарову ізоляцію порожнистої кулі з зовнішнім діаметром $d_2 = 1,1$ м і проміжну температуру на стику шарів при граничних температурах ізоляції $t_{\text{с}2} = 180°\text{C}$ і $t_{\text{с}4} = 30°\text{C}$, коли відомо, що $\delta_{\text{із}1} = 0,15$ і $\delta_{\text{із}2} = 0,05$ м, $\lambda_{\text{із}1} = 0,08$ і $\lambda_{\text{із}2} = 0,1$ Вт/(м·К).

Чому дорівнює еквівалентний коефіцієнт теплопровідності двошарової ізоляції? Підтвердити перевіркою правильність одержаного значення $\lambda_{\text{екв}}$.

Відповідь. $Q = 323,7$ Вт; $t_{\text{с}3} = 54,5°\text{C}$; $\lambda_{\text{екв}} = 0,0833$ Вт/(м·К).

3.49. Стаціонарне одновимірне температурне поле $t = f(r)$ в кульовій стінці з внутрішнім радіусом r_1 і зовнішнім r_2 за умови лінійної залежності коефіцієнта теплопровідності її матеріалу від температури [$\lambda = \lambda_0(1 + bt)$] описується рівнянням

$$t = \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_{c1}\right)^2 - \frac{Q}{2\pi\lambda_0 b}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right)} - \frac{1}{b}.$$

Показати, що тепловий потік Q в цьому рівнянні визначено з використанням середньоінтегрального значення коефіцієнта теплопровідності в інтервалі температур від $t_{\text{с}2}$ до $t_{\text{с}1}$ ($t_{\text{с}2} < t_{\text{с}1}$), які відповідають граничним умовам: при $r = r_1$, $t = t_{\text{с}1}$ і при $r = r_2$, $t = t_{\text{с}2}$.

3.50. Після нанесення на порожнисту кулю зовнішнім діаметром $d_2 = 1$ м шару ізоляції з мінеральної вати завтовшки 100 мм [$\lambda_{\text{із}} = 0,071\left(1 + 2,68 \cdot 10^{-3} t\right)$ Вт/(м·К)] температура на її внутрішній поверхні прийняла значення $t_{\text{с}2} = 160°\text{C}$.

Визначити температуру $t_{с3}$ зовнішньої поверхні ізоляції і коефіцієнт тепловіддачі до оточуючого повітря, температура якого $t_{р} = 20°\text{C}$, якщо тепловий потік крізь стінку становить 420 Вт.

Відповідь. $t_{с3} = 35,7°\text{C}$; $\alpha = 5,91$ Вт/(м$^2 \cdot$ К).

3.51. Варочний котел сферичної форми виготовлено з нержавіючої сталі [$\lambda = 17$ Вт/(м $\cdot$ К)]. Зовнішній діаметр котла $d_2 = 1,15$ м, товщина його стінки $\delta = 10$ мм. Зовні котел покритий шаром ізоляції завтовшки $\delta_{із} = 50$ мм з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_{із} = 0,08$ Вт/(м $\cdot$ К). Температура гарячої рідини всередині котла $t_{р1} = 150°\text{C}$, температура повітря в цеху $t_{р2} = 25°\text{C}$. Коефіцієнт тепловіддачі від гарячої рідини до стінки $\alpha_1 = 650$ Вт/(м$^2 \cdot$ К) і від поверхні ізоляції до оточуючого повітря $\alpha_2 = 8$ Вт/(м$^2 \cdot$ К).

Визначити втрату теплоти котлом, а також температуру на внутрішній і зовнішній поверхнях ізоляції.

Відповідь. $Q = 760,4$ Вт; $t_{с2} = 149,6°\text{C}$; $t_{с3} = 44,4°\text{C}$.

3.52. Розглядається процес теплопередачі через кульову стінку з нанесеним на неї шаром теплової ізоляції зовнішнім діаметром $d_{із}$. Внутрішній діаметр стінки дорівнює d_1, а зовнішній – d_2. Коефіцієнти теплопровідності матеріалу стінки $\lambda_{с}$ і ізоляції $\lambda_{із}$ є сталі величини. Теплота передається зсередини кулі назовні при коефіцієнтах тепловіддачі від гарячої рідини до стінки α_1 і від поверхні ізоляції до оточуючого повітря α_2.

Пояснити, як окремі термічні опори впливають на теплові втрати крізь стінку при збільшенні діаметра ізоляції і незмінному значенні температурного напору $\Delta t = t_{р1} - t_{р2}$.

Вивести формулу для критичного діаметра $d_{кр.із}$ для сферичного шару теплової ізоляції, а також порівняти умови придатності матеріалу ізоляції для зменшення теплових втрат через кульову і циліндричну стінку однаковогозовнішнього діаметра при однакових коефіцієнтах тепловіддачі α_2.

Відповідь. $d_{кр.із} = 4\lambda_{із} / \alpha_2$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: Учебник для вузов – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416с.
2. Задачник з теоретичних основ теплотехніки. Частина II. Основи теплопередачі / О.М. Козак, Г.М. Костенко, Н.Б. П'ятигорська, В.О. Чеботарьов; Під ред. Г.М. Костенка. – К.: Держтехвидав УРСР, 1963. – 207с.
3. Краснощеков Е.А. и Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче: Учеб. пособие для вузов. – 4-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1980. – 288 с.
4. Жуковский В.С. Основы теории теплопередачи. – Л.: «Энергия», 1969. – 224 с.
5. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. - М.: «Энергия», 1973. - 320 с.